



О. В. БЕДОВ

# МАТЕМАТИЧНІ ДИКТАНТИ

Практикум

Київ  
Національний центр  
«Мала академія наук України»  
2022

НАЦІОНАЛЬНИЙ ЦЕНТР  
«МАЛА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ»

ЛАБОРАТОРІЯ МАТЕМАТИЧНИХ НАУК

О. В. БЕДОВ

## **МАТЕМАТИЧНІ ДИКТАНТИ**

Практикум

За редакцією завідувачки лабораторією  
математичних наук, д-ки фіз.-мат. наук  
К. В. Терлецької

Київ  
Національний центр  
«Мала академія наук України»  
2022

УДК 519.813  
Б38

Рецензенти:

*Д. А. Номіровський* – доктор фізико-математичних наук, професор кафедри обчислювальної математики Київського національного університету імені Тараса Шевченка;

*В. О. Тимошкевич* – заслужена вчителька України

*Рекомендовано рішенням науково-методичної ради  
Національного центру «Мала академія наук України»  
(протокол № 2 від 16 червня 2021 р.)*

**Бєдов О. В.**

Б38 Математичні диктанти : практикум. / О. В. Бєдов. – Київ :  
Національний центр «Мала академія наук України», 2022. – 100 с.

Математичні диктанти – це відома методика перевірки знань з різних тем. Диктанти містять шість задач, деякі з яких перевіряють вивчений матеріал, а деякі перевіряють логічне мислення.

Видання призначено педагогічним працівникам позашкільних закладів, закладів середньої освіти, а також працівникам інститутів післядипломної педагогічної освіти.

**УДК 519.813**

© Бєдов О. В., 2021

© Національний центр

«Мала академія наук України», 2022

## Вступ

Світ, у якому ми живемо, сповнений суперництва, потребує обдарованих, впевнених і цілеспрямованих громадян. Важливо вміти ставити правильні запитання, критично оцінювати інформацію, формувати власну думку, співпрацювати й ефективно спілкуватися, знаходити вихід із нестандартних ситуацій.

Математичні диктанти – одна із відомих методик, основною метою якої є стимулювання усного рахунку і вміння швидко знаходити оптимальний шлях розв'язання задачі, а також перевірка знань з тем, які вивчаються за підручником.

Пропонована методика може бути використана для організації роботи на уроках, факультативних заняттях, гуртках, секціях, у т. ч. і гуртках НЦ «МАНУ». Математичні диктанти не потребують багато часу для виконання, а отже, можуть бути використані під час різних заходів, що пов'язані з математикою.

Основна частина практикуму містить 31 математичний диктант, кожний з яких складається з шести задач, що перевіряють вивчений матеріал (5 клас із поглибленим вивченням математики). Серед наведених у практикуму задач є такі, що тренують логічне мислення. До кожного диктанту додаються правильні відповіді і маркер складності задачі (\* – нормальна, \*\* – складна, \*\*\* – дуже складна). До деяких задач додаються рекомендації і зауваження.

Теми, які відпрацьовуються в математичних диктантах, такі: натуральні числа та їх порівняння, операції над ними; звичайні дробы й операції над ними; числові вирази; різні системи числення; розв'язання лінійних рівнянь; куб і квадрат числа; кут, трикутник, прямокутник, коло; складання текстових задач. Оскільки задачі нестандартні, підвищеної складності, то їх можна використовувати і для учнів старших класів.

З досвідом використання математичних диктантів у класі Олександра Бєдова ви можете ознайомитися в передмові від автора.



Бєдов Олександр Володимирович

## *Передмова від автора*

### *Як захопити дітей математикою?*

Думаю, що вчитель насамперед має сам захоплюватися математикою. Він має знаходити і ділитися з дітьми задачами, теоремами, в яких є: несподіваний крок, неочікуваний погляд, ланцюжок простих кроків, результат яких дивовижний.

Ми дивуємося майстерності спортсменів, спостерігаємо за їхньою грою, проте за будь-якими досягненнями ховаються багатогодинні тренування. У математиці також потрібні тренування й опанування технічними можливостями, без яких глибоку математику не пізнати. Для того щоб діти виконували рутинну працю (вправи з підручника), бажано все ж таки пояснити мету. Крім того, з дітьми потрібно грати – грати в математику, з математикою, індивідуально або в групах.

### *Які розділи математики є найважливішими?*

Не думаю, що можна розподілити розділи математики на важливі і неважливі. Люди стають професіональними математиками з різних причин. Когось вразила логіка алгебри, когось комбінаторика, ко-

гось геометрія, когось захопив своїм прикладом викладач математики, а хтось зрозумів, що математика дає можливість фантазувати і вигадувати дивовижні об'єкти. Вчителі можуть поділитися своїми вподобаннями з учнями, розповісти про улюблені розділи математики, зацікавити учня своїм захопленням математикою. Мені подобається геометрія, оскільки цей розділ математики потребує творчого підходу. Геометрію можна не просто вивчати, а і відкривати весь час щось нове.

### **Коментар до математичних диктантів учнів 5-А класу 2019–2020 навчального року**

Покоління дітей, народжених у 2007–2008 рр., які прийшли навчатися в п'ятий клас у ліцей «Наукова зміна» в 2018–2019 рр., відрізняється від тих, що прийшли в 2015 р. Не даремно для назви цих поколінь треба використовувати латинський алфавіт з початку, а не з кінця.

Це покоління дітей, яким батьки обмежують доступ до комп'ютера вдома, а в ліцеї на початку першого уроку вчителі збирають мобільні телефони у спеціальну коробку. Цих дітей не так просто змусити зосередитись, вони не налаштовані на кропітку працю.

Мені спало на думку використати математичні диктанти на початку уроку для досягнення і виховання концентрації та уваги, вміння швидко аналізувати умову задачі і розв'язувати її у стислий термін часу.

Ще до початку навчання (влітку) діти мали вивчити квадрати чисел другого десятка (від 10 до 19) і степені 2 (до  $2^{10}$ ).

За перший місяць занять діти ознайомилися з різними системами числення, а особливий наголос було зроблено на позиційній двійковій системі. Перші уроки – це знайомство з дітьми й обговорення правил, яких вони мають дотримуватися на уроках математики. Перше правило – до початку уроку вже має бути написана в зошиті дата та «класна робота». Друге правило – треба приходити завчасно до початку уроку за 15–20 хвилин (у цього класу уроки математики завжди перші в розкладі).

У цьому класі 36 учнів. У кабінеті шість рядів одномісних парт, а в кожному з них не менше п'яти учнів. Третє правило – від кожного ряду вибирають учня, який перевіряє домашнє завдання до початку уроку у всіх учнів свого ряду. Він фіксує результат за трьома пунктами: умова, розв'язання, відповідь. У кінці тижня учитель збирає інформацію про виконання домашнього завдання. Учні, які виконують роботу з перевірки, за добре виконання своєї роботи отримують додаткову оцінку в журналі.

***Математичні диктанти – один із засобів стимулювати усний рахунок і вміння швидко знаходити оптимальний шлях розв'язання задачі.***

Математичні диктанти – це доволі відомий прийом перевірки знань з різних тем, що вивчаються за підручником. Мною застосовуються математичні диктанти із шести задач, деякі з яких перевіряють вивчений матеріал, а деякі – логічне мислення.

Уроки в ліцеї проходять парами, тому на першому уроці ми встигаємо провести математичний диктант і зробити аналіз розв'язання. Відповіді на задачі діти дають тільки у вигляді чисел. Пояснення не потрібні, оскільки є чернетка – зворотний бік аркуша, на якому вони пишуть розв'язки і який здають. Усі числові дані записуються на дошці під час диктування умови, яка повторюється два або три рази, після чого починається відлік часу на виконання задачі. Час на розв'язання кожної задачі – від 1 до 3 хвилин. Кожна задача – 2 бали (можлива оцінка 1 бал). Складність задач позначена зірочками (\*) в таблицях відповідей.

Ці математичні диктанти можна використовувати для повторення вивченого матеріалу учнями 6-го класу, а також для концентрації уваги перед вивченням нової теми.

*Глибоко вдячний  
Бігдан Олені Миколаївні,  
Веденському Кирилу Сергійовичу,  
Веденському Сергію Львовичу  
за допомогу у процесі підготовки цього видання.*

# 1.

## Математичний диктант

- 1.1. Обчислити:  $3! \times 2^3$ .
- 1.2. Скільки буде десятків, якщо 4 сотні помножити на 50 десятків?
- 1.3. Якою цифрою закінчується добуток усіх непарних чисел від 1 до 49?
- 1.4. Якою цифрою закінчується сума квадратів чисел другого десятка (від 10 до 19)?
- 1.5. Якщо додати зменшуване, від'ємник та різницю, то одержимо 120. Чому дорівнює зменшуване?
- 1.6. Сума двох чисел більша одного з них на 72, а другого – на 18. У скільки разів більший доданок більший за менший доданок?



Задачі	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
Відповідь	48	20 000 десятків	5	5	60	4
Складність	*	*	*	**	*	*

**Задача 1.1.** Обчислити:  $3! \times 23$ .

*Зауваження.* Діти мають знати, що факторіал  $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$ . Далі – перевіряється вміння перемножувати натуральні числа.

**Задача 1.2.** Скільки буде десятків, якщо 4 сотні помножити на 50 десятків?

*Зауваження.* Перевіряємо вміння за текстом задачі оцінювати порядок числа. У такому разі – кількість цифр у добутку.

**Задача 1.3.** Якою цифрою закінчується добуток усіх непарних чисел від 1 до 49?

*Зауваження.* Ця задача важлива тим, що учень має швидко зрозуміти що важливе в задачі, а що ні. Остання цифра добутку залежить тільки від останніх цифр множників. Треба зрозуміти властивості цифри 5, добуток якої з будь-якими іншими непарними цифрами дає останню цифру 5.

**Задача 1.4.** Якою цифрою закінчується сума квадратів чисел другого десятка (від 10 до 19)?

*Зауваження.* Перевіряються знання останніх цифр квадратів натуральних чисел першого десятка 1, 4, 9, 6, 5, 6, 9, 4, 1, а також вміння групувати числа  $(1 + 9) + (1 + 6) + (1 + 9) + (4 + 6) + (4 + 6) + 5$ .

**Задача 1.5.** Якщо додати зменшуване, від'ємник та різницю, то одержимо 120. Чому дорівнює зменшуване?

*Зауваження.* Важливо на слух орієнтуватися в поняттях: зменшуване, від'ємник та різниця, а також знати, що зменшуване дорівнює сумі від'ємника та різниці.

**Задача 1.6.** Сума двох чисел більша одного з них на 72, а другого – на 18. У скільки разів більший доданок більший за менший доданок?

*Зауваження.* Важливо зрозуміти, що згідно з умовою більший доданок дорівнює 72, а менший – 18.

# 2.

## Математичний диктант

- 2.1. У скільки разів збільшиться двоцифрове число, якщо до нього дописати таке саме число?
- 2.2. Обчислити:  $17^2 + 5!$ .
- 2.3. Знайти два послідовних натуральних числа, сума яких 1541.
- 2.4. Розв'язати:  $x_{10} = 1001011_2$ .
- 2.5. На подвір'ї гуляють свині і кури. У них разом 46 голів та 120 ніг. Скільки свиней на подвір'ї?
- 2.6. Розкласти число 10 на два доданки так, щоб сума квадратів цих доданків дорівнювала 58.

Задачі	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
Відповідь	У 101 раз	409	770; 771	75	14	7; 3
Складність	*	*	*	**	**	**

**Задача 2.1.** У скільки разів збільшиться двоцифрове число, якщо до нього дописати таке саме число?

*Зауваження.* На цей момент дітей слід ознайомити із записом двоцифрового числа, а отже, якщо до двоцифрового числа дописати таке саме число, то отримаємо чотиризначне число.

**Задача 2.2.** Обчислити:  $17^2 + 5!$ .

*Зауваження.* Дітям слід знати квадрати чисел другого десятка, а також знати, що таке  $5!$ . Перевіряється вміння перемножувати натуральні числа.

*Розв'язання.*  $289 + 120 = 409$ .

**Задача 2.3.** Знайти два послідовних натуральних числа, сума яких 1541.

*Зауваження.* Послідовні натуральні числа відрізняються між собою на одиницю. Природно (за логікою) шукати половину числа 1540, тобто 770, тоді друге число – 771.

**Задача 2.4.** Розв'язати:  $x_{10} = 1001011_2$ .

*Зауваження.* Ця задача не зовсім стандартна для учнів 5-го класу. Нижній індекс означає систему числення, в якій записане число. Знайти  $x_{10}$  – це означає знайти запис числа в десятковій системі числення (на цей момент діти провели декілька уроків на переведення чисел з однієї системи числення в іншу).

*Розв'язання.* Треба число  $1001011_2$  записати у вигляді суми розрядних одиниць.

$1001011_2 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 8 + 0 \cdot 16 + 0 \cdot 32 + 1 \cdot 64$ .

**Задача 2.5.** На подвір'ї гуляють свині і кури. У них разом 46 голів та 120 ніг. Скільки свиней на подвір'ї?

*Зауваження і розв'язання.* Міркування, які поширені в початковій школі. Нехай всі тварини – кури, тоді вони мають  $46 \cdot 2 = 92$  ноги, але реально їх 120. Отже,  $120 - 92 = 28$  – ноги, які належать свиням. Тоді  $28 : 2 = 14$ . Маємо 14 свиней і 32 курки ( $46 - 14 = 32$ ).

*Перевірка:*  $14 \cdot 4 + 32 \cdot 2 = 56 + 64 = 120$ .

**Задача 2.6.** Розкласти число 10 на два доданки так, щоб сума квадратів цих доданків дорівнювала 58.

*Зауваження.* Задача на швидкість перебору декількох варіантів.

*Розв'язання.* Зрозуміло, що більше з чисел не може бути більше за 7, бо  $8^2 = 64$ . Далі можна перевірити:  $7^2 + 3^2 = 58$ ;  $6^2 + 4^2$  менше 58;  $5^2 + 5^2$  менше 58.

# 3.

## Математичний диктант

- 3.1. На скільки сума парних чисел від 1 до 100 більша за суму непарних чисел від 1 до 100?
- 3.2. Записати число 1000 як різницю чисел, записаних за допомогою лише цифри 1.
- 3.3. У двох мішках 54 кг зерна. Якщо з одного з мішків перекласти 6 кг в другий мішок, то в мішках зерна стане порівну. Скільки кг зерна у важчому з мішків?
- 3.4. Обчислити:  $(11_2)^3 + (32_4)^2$ .
- 3.5. У родині двоє дітей. Якщо до добутку їхніх віків додати суму їхніх віків, то отримаємо 14. Який вік у цих дітей?
- 3.6. Шість бобрів споруджують греблю за 8 годин. Скільки потрібно бобрів, щоб спорудити греблю за 3 години?

Задачі	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6
Відповідь	50	1111 – 111	33 та 21	223	4 роки та 2 роки	16 бобрів
Складність	**	*	*	**	**	*

**Задача 3.1.** На скільки сума парних чисел від 1 до 100 більша за суму непарних чисел від 1 до 100?

*Зауваження.* Ця задача важлива. Один зі способів розв'язування – розбити числа на пари. Треба зрозуміти, що кожному парному числу треба поставити в пару непарне число, менше його на одиницю, і знайти різницю цих чисел. Важливо зрозуміти, що кількість цих пар – 50.

*Розв'язання.*  $(2 - 1) + (4 - 3) + \dots + (100 - 99) = 1 \cdot 50 = 50$ .

**Задача 3.2.** Записати число 1000 як різницю чисел, записаних за допомогою лише цифри 1.

*Розв'язання.*  $1111 - 111 = 1000$ .

**Задача 3.3.** У двох мішках 54 кг зерна. Якщо з одного з мішків перекласти 6 кг в другий мішок, то в мішках зерна стане порівну. Скільки кілограмів зерна у важчому з мішків?

*Зауваження.* Стандартна задача на арифметичні методи розв'язання. Майже очевидно, якщо з одного мішка перекласти 6 кг в другий мішок і зерна стало порівну, то у важчому з мішків на 12 кг більше, ніж у легшому.

*Розв'язання.* Якщо із загальної маси прибрати 12 кг, то в мішках зерна буде порівну:  $54 - 12 = 42$ ; далі  $42 : 2 = 21$  кг у легшому мішку, а  $21 + 12 = 33$  – у важчому з мішків.

**Задача 3.4.** Обчислити:  $(11_2)^3 + (32_4)^2$ .

*Розв'язання.*  $11_2 = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 3$ ;  $32_4 = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 = 14$ ;  $(11_2)^3 + (32_4)^2 = 3^3 + 14^2 = 27 + 196 = 223$ .

**Задача 3.5.** У родині двоє дітей. Якщо до добутку їхніх віків додати суму їхніх віків, то отримаємо 14. Який вік у цих дітей?

*Зауваження.* Виходячи з того, що сума двох натуральних чисел маленька (14), задачу можна розв'язати перебором.

**Розв'язання.** Якщо меншому з братів 1 рік, то старшому брату може бути 7 років, але  $1 \cdot 7 + 1 + 7 = 15 > 14$ . Якщо старшому брату 6 років, то  $1 \cdot 6 + 1 + 6 = 13 < 14$ . Інші варіанти для старшого брата очевидно не перевіряємо. Якщо молодшому брату 2 роки, то старшому може бути 5 років, але  $2 \cdot 5 + 2 + 5 = 17 > 14$ , тоді старшому 4 роки, оскільки  $2 \cdot 4 + 2 + 4 = 14$ .

**Зауваження.** Для повного розв'язання треба перевірити, чи може бути вік молодшого брата 3 роки, але навіть якщо другий брат теж має вік 3 роки:  $3 \cdot 3 + 3 + 3 = 15 > 14$ .

**Задача 3.6.** Шість бобрів споруджують греблю за 8 годин. Скільки потрібно бобрів, щоб спорудити греблю за 3 години?

**Розв'язання.** Якщо шість бобрів споруджують греблю за 8 годин, то  $6 \cdot 8 = 48$  бобрів спорудять її за 1 годину, тоді  $48 : 3 = 16$  бобрів спорудять греблю за 3 години.

# 4.

## Математичний диктант

- 4.1. Слон і бегемот разом важать 8 тонн, слон і носоріг – 7 тонн, бегемот і носоріг – 5 тонн. Скільки важать слон, бегемот і носоріг разом?
- 4.2. З вершини прямого кута провели 4 промені всередині кута. Скільки кутів при цьому утворилося?
- 4.3. Запис тризначного числа починається із цифр 63. Як зміниться (на скільки зменшиться) число, якщо ці цифри поміняти місцями?
- 4.4. З книги випав суцільний шматок. Перша сторінка цього шматка починається з числа 143, а остання сторінка підписана тими самими цифрами, але за іншим порядком. Скільки сторінок у цьому шматку?
- 4.5. За книгу заплатили 100 грн і ще  $\frac{2}{3}$  її вартості. Скільки коштує книга?
- 4.6. Натуральні числа від 11 до 19 вписати у клітинки таблиці  $3 \times 3$  так, щоб сума чисел у рядках, стовпчиках і двох великих діагоналях була однаковою.

Задачі	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6
Відповідь	10 т	15 кутів (без початкового -14)	Зменшиться на 270	172	300	
Складність	*	**	*	**	*	***

**Задача 4.1.** Слон і бегемот разом важать 8 тонн, слон і носоріг – 7 тонн, бегемот і носоріг – 5 тонн. Скільки важать слон, бегемот і носоріг разом?

*Зауваження.* Стандартний підхід до розв'язання – знайти сумарну вагу всіх тварин, взятих по два рази.

*Розв'язання.* Слон і бегемот + слон і носоріг + бегемот і носоріг => 2 слона + 2 носорога + 2 бегемота = 2(слон + носоріг + бегемот) = 8 + 7 + 5 = 20 => 20 : 2 = 10 тонн.

**Задача 4.2.** З вершини прямого кута провели 4 промені всередині кута. Скільки кутів при цьому утворилося?

*Зауваження.* Кути, які треба рахувати, мають спільну вершину (вершина прямого кута) й обмежені шістьма променями (4 провели, а 2 промені прямого кута). Для підрахунку всіх кутів, що утворилися, скористуємося методом, який діти легко запам'ятовують як метод «рукостискання». Кожний промінь «привітався» з кожним іншим, але в цьому разі загальну відповідь ділимо на 2.

*Розв'язання.*  $(6 \cdot 5) : 2 = 15$ . Якщо вважати, що перший кут не утворився, а був даним спочатку, то відповідь 14. (Будь-яка з відповідей у цій задачі може бути правильною).

**Задача 4.3.** Запис тризначного числа починається із цифр 63. Як зміниться (на скільки зменшиться) число, якщо ці цифри поміняти місцями?

*Розв'язання.* Легко зрозуміти, що початкове число можна записати, а утворене – різниця цих чисел.

**Задача 4.4.** З книги випав суцільний шматок. Перша сторінка цього шматка починається з числа 143, а остання сторінка підписана тими самими цифрами, але за іншим порядком. Скільки сторінок у цьому шматку?

*Зауваження.* Аналізуючи, слід попросити дітей подивитися на закономірність між першим числом і останнім числом на будь-якому шматку свого підручника з математики. Тоді їм легше зрозуміти, що остання цифра номера останньої сторінки парна.



**Розв'язання.** Перша – 143, остання – 314 (дуже важливо звернути увагу на +1 при підрахунку сторінок книги).

**Відповідь:**  $314 - 143 + 1 = 172$ .

**Задача 4.5.** За книгу заплатили 100 грн і ще  $\frac{2}{3}$  її вартості. Скільки коштує книга?

**Розв'язання.** Головна ідея, що 100 грн – це  $\frac{1}{3}$  вартості книги. Отже, вся книга коштує 300 грн.

**Задача 4.6.** Натуральні числа від 11 до 19 вписати у клітинки таблиці  $3 \times 3$  так, щоб сума чисел у рядках, стовпчиках і двох великих діагоналях була однаковою.

**Зауваження.** Цю задачу можна давати лише тоді, коли діти знають «магічний квадрат»  $3 \times 3$  для чисел 1, 2, ..., 9. Тоді достатньо розуміти, що в центрі число 15 (при розв'язанні цієї задачі можна дати підказку), а кожна сума – 45.

# 5.

## Математичний диктант

- 5.1. Обчислити:  $14^2 - 11^2$ .
- 5.2. Розв'язати:  $x_{10} = 1010_2 + 1111_2$ .
- 5.3. З вершини кута  $120^\circ$  всередині проведено промінь так, що один з кутів, що утворився, в три рази менший за інший кут. Чому дорівнює більший з утворених кутів?
- 5.4. Скільки існує чисел між 1 та 100, записи яких містять цифру 4?
- 5.5. Замінити зірочки цифрами  $*2* = *7^2$ , щоб утворилася правильна рівність.
- 5.6. На прямій поставили п'ять точок. Скільки променів при цьому утворилося?

Задачі	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6
Відповідь	75	25	90°	19	729 = 27 <sup>2</sup>	10
Складність	*	*	*	**	*	*

**Задача 5.1.** Обчислити:  $14^2 - 11^2$ .

*Зауваження.* Перевірка знань про квадрати чисел другого десятка, які учням слід знати напам'ять.

*Розв'язання.*  $14^2 - 11^2 = 196 - 121 = 75$ .

**Задача 5.2.** Розв'язати:  $x_{10} = 1010_2 + 1111_2$ .

*Зауваження.* Перевірка вміння переводити числа з двійкової системи числення в десяткову.

*Розв'язання.*

$1010_2 + 1111_2 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 25$ .

**Задача 5.3.** З вершини кута  $120^\circ$  всередині проведено промінь так, що один із кутів, що утворився, в три рази менший за інший кут. Чому дорівнює більший з утворених кутів?

*Зауваження.* Відома задача про ділення деякої величини на частини, одна з яких у декілька разів більша за іншу. Діти з початкової школи вже мають загальне уявлення.

*Розв'язання.* Менша частина – це  $1/4$  від  $120^\circ$ , а більша –  $3/4$  від  $120^\circ \Rightarrow 120 : 4 \cdot 3 = 90^\circ$ .

1 частина	3 частини		
ціле (4 частини)			

**Задача 5.4.** Скільки існує чисел між 1 та 100, записи яких містять цифру 4?

*Розв'язання.* Зрозуміло, що в кожному десятку, крім четвертого, є тільки одне число, що містить цифру 4. Усього таких десятків – 9. Десяток, що починається із цифри 4 містить 10 чисел, що починаються з 4. Отже,  $10 + 9 = 19$ .

**Задача 5.5.** Замінити зірочки цифрами  $*2* = *7^2$ , щоб утворилася правильна рівність.

*Зауваження.* Перевірка знань квадратів чисел другого і третього десятка.

**Задача 5.6.** На прямій поставили п'ять точок. Скільки променів при цьому утворилося?

*Зауваження.* Треба знати, що кожна точка на прямій ділить пряму на два промені.

*Розв'язання.* П'ять точок на прямій ділять її на десять променів.

# 6.

## Математичний диктант

- 6.1. Розміри прямокутного паралелепіпеда: 1; 2; 3. Знайти суму довжини всіх ребер.
- 6.2. Куб  $4 \times 4 \times 4$  пофарбували і розрізали на одиничні кубики. У скількох кубиків виявилися пофарбованими лише дві грані?
- 6.3. Розв'язати рівняння:  $111110_2 + 1210_3 = x_4$ .
- 6.4. Записати число 100, використавши п'ять 5 (п'ятірок) і знаки дій: додавання, віднімання, множення, ділення, можливо дужки.
- 6.5. Накреслити шість прямих і відмітити на них 11 точок так, щоб на кожній прямій було точно 4 з відмічених точок.
- 6.6. Знайдіть кількість усіх трицифрових чисел, в записі яких усі цифри різні.

Задачі	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6
Відповідь	24	24	1232 <sub>4</sub>	5·5·5-5·5 або (5+5+5+5)·5		648
Складність	*	**	**	**	***	*

**Задача 6.1.** Розміри прямокутного паралелепіеда: 1; 2; 3. Знайти суму довжини всіх ребер.

*Розв'язання.*  $(1 + 2 + 3) \cdot 4 = 24$ .

**Задача 6.2.** Куб  $4 \times 4 \times 4$  пофарбували і розрізали на одиничні кубики  $1 \times 1 \times 1$ . У скількох кубиків виявилися пофарбованими лише дві грані?

*Зауваження.* Пояснення подібне до задачі 9.4.

*Розв'язання.* Треба уявити, що дві грані в одиничних кубиків виходять на поверхню тільки, якщо вони «перебувають» на ребрах куба, але не у вершинах. Якщо уявити собі куб, складений із 16 стовпчиків, то потрібні нам кубики «перебувають» по двоє на кожному зі стовпчиків. Таких усього 12. Отже,  $2 \cdot 12 = 24$ .

**Задача 6.3.** Розв'язати рівняння:  $111110_2 + 1210_3 = x_4$ .

*Зауваження.* Перевірка вміння працювати з числами в різних системах числення.

*Розв'язання.*

$$1) 111110_2 = 1 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 = 62_{10}$$

$$2) 1210_3 = 1 \cdot 27 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 1 = 48_{10}$$

$$3) 62_{10} + 48_{10} = 110_{10}$$

$$4) 110 : 4 = \underset{\text{ост } 2}{27}; 27 : 4 = \underset{\text{ост } 3}{6}; 6 : 4 = \underset{\text{ост } 2}{1} = >$$

$$110_{10} = 1232_4 = 1 \cdot 64 + 2 \cdot 16 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 1$$

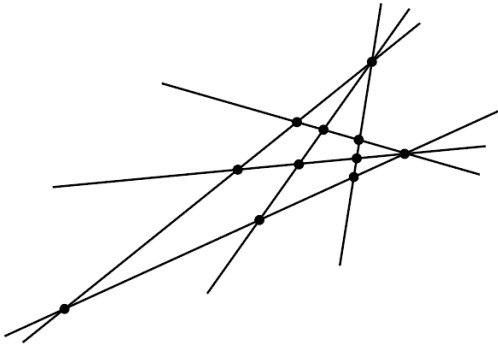
**Задача 6.4.** Записати число 100, використавши п'ять 5 (п'ятірок) і знаки дій: додавання, віднімання, множення, ділення, можливо дужки.

*Зауваження.* У цій задачі важко заявити алгоритм. Задача на творче перебирання варіантів, яких декілька.

*Розв'язання.* Наприклад,  $5 \cdot 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5$  або  $(5 + 5 + 5 + 5) \cdot 5$ .

Можливо є ще варіанти, можна дати додаткове завдання знайти інші розв'язки.

**Задача 6.5.** Накреслити шість прямих і відмітити на них 11 точок так, щоб на кожній прямій було точно 4 з відмічених точок.



Ця задача є в підручнику [1], вона розв'язувалася і розбиралася напередодні, тож має бути відомою учням.

**Задача 6.6.** Знайдіть кількість усіх трицифрових чисел, в записі яких усі цифри різні.

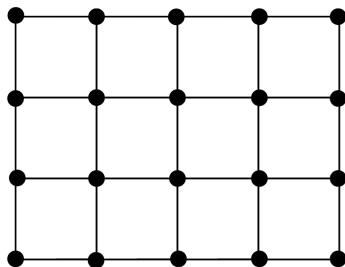
*Зауваження.* Це комбінаторна задача. Бажано перед цим диктантом вже ознайомити учнів з основними правилами комбінаторики.

*Розв'язання.* Один зі способів – записувати тризначні числа  $\square \square \square$  у вигляді трьох комірок, куди можна покласти цифри. У першу комірку (цифри сотні) можна покласти будь-яку цифру крім 0, тобто всього 9. У другу – теж 9 цифр (крім тієї, що була записана в першу). У третю комірку – будь-які 8 цифр. Усього варіантів:  $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$ .

# 7.

## Математичний диктант

- 7.1. Розглянемо прямокутну сітку  $3 \times 4$  (маємо 20 вузлів). Скільки відрізків з кінцем у вузлах сітки зображено на рисунку?



- 7.2. Який кут утворюють годинникова і хвилинна стрілки, якщо годинник показує 16 год 00 хв?
- 7.3. Розміри прямокутного паралелепіпеда  $2 \times 3 \times 4$ . Знайти суму площ усіх його граней.
- 7.4. Згряя горобців хоче сісти на стовпці. Якщо на кожний стовпець сяде по одному горобцю, то для двох горобців стовпців не вистачить. Якщо на кожний стовпець сяде по двоє горобців, то один стовпець буде вільним. Скільки горобців і скільки стовпців?
- 7.5. Яка остання цифра суми:  $4^{20} + 5^{21} + 6^{22} + 9^{23}$ ?
- 7.6. Розшифрувати ребус:  $AP_6 + AKP_6 = MIPИ_6$ .



Задачі	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	7.6
Відповідь	70	120	52	6 горобців, 4 стовпці	6	$52_6 + 532_6 = 1024_6$
Складність	**	*	**	**	**	***

**Задача 7.1.** Розглянемо прямокутну сітку  $3 \times 4$  (маємо 20 вузликів). Скільки відрізків з кінцем у вузликах сітки зображено на рисунку?

**Зауваження.** На цей момент діти вже можуть знайти кількість відрізків на прямій, на якій розміщено декілька точок так, щоб ці точки були кінцями всіх можливих відрізків. Наприклад, якщо ми маємо 5 точок на прямій, то відрізки можна порахувати за їхніми довжинами: чотири завдовжки 1, три завдовжки 2, дві завдовжки 3 і один завдовжки 4. Діти можуть рахувати у такій послідовності. Знайти суму  $4 + 3 + 2 + 1 = 10$  нескладно, але якщо точок більше, то часу на виконання може не вистачити. Краще рахувати кількість відрізків методом «рукостискань» (див. МД 4).



**Розв'язання.** Кожні дві точки визначають відрізок. Отже, треба кожній точці «привітатися» з кожною іншою точкою. Для п'яти точок:  $5 \cdot 4$ . Але кожний відрізок рахується двічі, тоді  $(5 \cdot 4) : 2 = 10$ . У самій задачі ми маємо чотири відрізки з п'ятьма точками (горизонтальні) і п'ять відрізків з чотирма точками (вертикальні).

Отже, загальна відповідь:  $40 + 30 = 70$ . Важливо відмітити, що ми рахуємо тільки відрізки, які зображені на рисунку.

**Задача 7.2.** Який кут утворюють годинникова і хвилинна стрілки, якщо годинник показує 16 год 00 хв?

**Зауваження.** Діти мають вміти намалювати циферблат годинника і уявляти кут між стрілками годинника, якщо йдеться про точний час. Наприклад: 11:00; 14:00; 19:00.

**Розв'язання.**  $90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ .

**Задача 7.3.** Розміри прямокутного паралелепіпеда  $2 \times 3 \times 4$ . Знайти суму площ усіх його граней.

**Зауваження.** Ще одна задача про прямокутний паралелепіпед. Діти знають, що він складається із шести граней, кожна з яких є прямокутником.

**Розв'язання.** Усього серед граней паралелепіпеда три пари прямокутників розмірами:  $2 \times 3$ ;  $2 \times 4$ ;  $3 \times 4$ . Отже:  $(2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4) \cdot 2 = 52$ .

**Задача 7.4.** Зграя горобців хоче сісти на стовпці. Якщо на кожний стовпець сяде по одному горобцю, то для двох горобців стовпців не вистачить. Якщо на кожний стовпець сяде по двоє горобців, то один стовпець буде вільним. Скільки горобців і скільки стовпців?

**Розв'язання.** Арифметичний спосіб. Спочатку діти розуміють, що горобців на два більше, ніж стовпців, а далі перевіряють варіанти для початкових чисел (стовпців, горобців): (1, 3); (2, 4); (3, 5); ... . Для другої умови – доволі швидко можна зрозуміти, що горобців є парна кількість і треба перевіряти тільки пари чисел (стовпців, горобців): (2, 4); (4, 6); ... . Легко побачити, що пара (4, 6) підходить.

**Інший спосіб розв'язання.** Нехай стовпців –  $x$ , тоді горобців буде:  $x + 2$ . З іншого боку, горобців:  $2x - 2$ , тобто  $x + 2 = 2x - 2$ , то  $x = 4$ .

**Зауваження.** Задачу можна розв'язувати по-різному. Для математичних диктантів немає потреби доводити, що інших відповідей немає.

**Задача 7.5.** Яка остання цифра суми:  $4^{20} + 5^{21} + 6^{22} + 9^{23}$ ?

**Зауваження.** Останні цифри степенів діти вчили на уроці. Вони знають поняття циклічності останньої цифри. У цій конкретній задачі достатньо знати циклічність останньої цифри степенів четвірки і дев'ятки.

**Розв'язання.**  $6 + 5 + 6 + 9 = 26$ .

**Задача 7.6.** Розшифрувати ребус:  $AP_6 + AKP_6 = MIPR_6$ .

**Зауваження.** Треба знати і вміти відтворювати таблицю додавання в шістковій системі числення.

	0	1	2	3	4	5
0	0	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5	10
2	2	3	4	5	10	11
3	3	4	5	10	11	12
4	4	5	10	11	12	13
5	5	10	11	12	13	14

**Розв'язання.** У шістковій системі числення можуть бути тільки цифри 0, 1, 2, 3, 4, 5. Очевидно, що  $M = 1$ ,  $A = 5$ ,  $I = 0$ . Далі треба перевірити два варіанти для  $I = 2$ , або  $I = 4$ . Підходить тільки для  $I = 4$ , тоді  $P = 2$ ,  $K = 3$ .

# 8.

## Математичний диктант

- 8.1. На кожний день народження батьки Богдана кидають йому у скарбничку стільки монет, скільки йому виповнилося років. Зараз у скарбничці Богдана 66 монет. Скільки йому років?
- 8.2. Обчислити:  $72 \times 21 : 9 + 56 \times 19 : 7$ .
- 8.3. Відомо, що  $\overline{abc} + \overline{def} = 1000$ . Чому дорівнює сума  $a + b + c + d + e + f$ , якщо всі цифри різні?
- 8.4. Скільки існує чотиризначних чисел, сума цифр яких менша 4?
- 8.5. Розшифрувати ребус:  $\text{COH}_5 + \text{COH}_5 = \text{HICH}_5$ .
- 8.6. Куб пофарбували і витратили на це 24 грн. Скільки треба витратити грошей, щоб пофарбувати два прямокутних паралелепіпеди, на які можна розрізати такий самий непофарбований куб?

Задача	8.1	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6
Відповідь	11 років	320	28	15	$204_5 + 204_5 = 413_5$	32 грн
Складність	**	*	**	**	**	***

**Задача 8.1.** На кожний день народження батьки Богдана кидають йому у скарбничку стільки монет, скільки йому виповнилося років. Зараз у скарбничці Богдана 66 монет. Скільки йому років?

*Зауваження.* Задача на вміння швидко рахувати суму перших натуральних чисел. Знати, що сума перших десяти чисел дорівнює 55.

*Розв'язання.* Легко зрозуміти, що 66 – це сума одинадцяти перших натуральних чисел.

**Задача 8.2.** Обчислити:  $72 \cdot 21 : 9 + 56 \cdot 19 : 7$ .

*Зауваження.* Задача на вміння виконувати групування чисел для зручності і швидкості обчислень.

*Розв'язання.*

$$72 \cdot 21 : 9 = 72 : 9 \cdot 21 = 8 \cdot 21;$$

$$56 \cdot 19 : 7 = 56 : 7 \cdot 19 = 8 \cdot 19;$$

$$8 \cdot 21 + 8 \cdot 19 = 8 \cdot (21 + 19) = 8 \cdot 40 = 320.$$

**Задача 8.3.** Відомо, що  $\overline{abc} + \overline{def} = 1000$ . Чому дорівнює сума  $a + b + c + d + e + f$ , якщо всі цифри різні?

*Зауваження.* Перевіряється вміння записувати числа у вигляді суми розрядних одиниць і групувати числа.

*Розв'язання.*  $a \cdot 100 + b \cdot 10 + c + d \cdot 100 + e \cdot 10 + f$ . Оскільки  $a + b + c + d + e + f = (a + d) + (b + e) + (c + f)$ , то очевидно, що  $c + f = 10$ , тоді  $a + d = 9$ ;  $b + e = 9$ .

**Задача 8.4.** Скільки існує чотиризначних чисел, сума цифр яких менша 4?

1	2	3	4

*Розв'язання.* Напишемо чотиризначні числа у вигляді чотирьох комірочок, в які будемо записувати цифри. Очевидно, що в першій комірці не може бути нуля.

Почнемо з того, що в першу комірочку напишемо 1. Тоді в комірці 2, 3, 4 можна записати цифри, сума яких не перевищує 2.

Варіант	Число				Сума цифр
I	1	0	0	0	1
II	1	0	0	1	2
	1	0	1	0	
	1	1	0	0	
III	1	0	1	1	3
	1	1	0	1	
	1	1	1	0	
	1	0	0	2	
	1	0	2	0	
	1	2	0	0	

Продовжимо, а отже, в першу комірку напишемо 2.

Варіант	Число				Сума цифр
IV	2	0	0	0	2
V	2	0	0	1	3
	2	0	1	0	
	2	1	0	0	

Залишилося записати в першу комірку 3.

Варіант	Число				Сума цифр
VI	3	0	0	0	3

Отримаємо 15 чисел, які відповідають умові задачі.

**Задача 8.5.** Розшифрувати ребус:  $\text{COH}_5 + \text{COH}_5 = \text{HIC}_5$ .

**Зауваження.** Треба знати таблицю додавання в п'ятірковій системі числення.

**Розв'язання.** Очевидно, що **C** = 1 або 2. Якщо **C** = 1, то якщо **H** = 3, **Ч** = 1, **O** - не підходить; якщо **H** = 2, **Ч** = 4, **I** - не підходить. Якщо **C** = 2, то **H** = 4, **O** = 0, **Ч** = 3, **I** = 1. Якщо **C** = 2, то **H** = 4, **O** = 0, **Ч** = 3, **I** = 1.

**Задача 8.6.** Куб пофарбували і витратили на це 24 грн. Скільки треба витратити грошей, щоб пофарбувати два прямокутних паралелепіпеди, на які можна розрізати такий самий непофарбований куб?

**Розв'язання.** Оскільки граней у куба всього шість (вони всі рівні квадрати), то пофарбувати одну грань коштує 4 грн. Якщо куб розрізати на два прямокутних паралелепіпеди, то додається до всієї поверхні ще два квадрати. Отже, вартість фарбування двох паралелепіпедів становить  $24 + 8 = 32$  грн.

# 9.

## Математичний диктант

- 9.1. У чотирьох стаканах стільки ж молока, скільки у глечичку. У глечичку і стакані разом 1 кг 200 г молока. Скільки грамів в одному стакані (якщо в стаканах молока порівну)?
- 9.2. У коробці лежать 5 червоних і 3 зелених олівці. Яку найменшу кількість треба взяти, щоб серед витягнутих олівців було хоча б два червоних і один зелений?
- 9.3. Сума і добуток чотирьох натуральних чисел однакові. Знайти ці числа.
- 9.4. Куб  $5 \times 5 \times 5$  пофарбували і розрізали на одиничні кубики. Скільки кубиків зовсім не пофарбовані?
- 9.5. Скільки діагоналей має опуклий дев'ятикутник?
- 9.6. Батькові стільки років, скільки синові і дочці разом. Син удвічі старший за дочку та на 20 років молодший за батька. Скільки років дочці?

Задача	9.1	9.2	9.3	9.4	9.5	9.6
Відповідь	240 г	6	1; 1; 2; 4	27	27	20 років
Складність	*	*	**	**	**	**

**Задача 9.1.** У чотирьох стаканах стільки ж молока, скільки у глечичку. У глечичку та стакани разом 1 кг 200 г молока. Скільки грамів в одному стакані (якщо в стаканах молока порівну)?

**Зауваження.** Місткість глечика (4 стакани) та одного стакана можна перевести в 5 стаканів, а 1 кг 200 г – 1200 г. Тобто:  $1200 : 5 = 240$  г в одному стакані.

**Задача 9.2.** У коробці лежать 5 червоних і 3 зелених олівці. Яку найменшу кількість треба взяти так, щоб серед них було хоча б два червоних і один зелений?

**Розв'язання.** Можна розв'язати методом перебору. Якщо взяти три олівці (наприклад менше не можна), то серед них можуть бути всі червоні, тобто треба взяти шість олівців. Отже, навіть якщо п'ять з них будуть червоними, шостий буде зелений. Інші варіанти розглядати не варто. Цей – «найгірший» (коли з перших п'яти олівців усі червоні). Метод перебору можна проілюструвати за допомогою таблиці.

Варіанти, коли беремо по три олівці	Скільки взяли олівців		Скільки залишилось олівців	
	Зелені	Червоні	Зелені	Червоні
Варіант 1	0	3	3	2
Варіант 2	1	2	2	3
Варіант 3	2	1	1	4
Варіант 4	3	0	0	5

Розглядаємо «найгірший» варіант 1 (0 зелених і 3 червоних) і знову беремо олівці.

Варіанти, коли беремо ще по три олівці для варіанта 1	Скільки взяли олівців		Скільки залишилось олівців	
	Зелені	Червоні	Зелені	Червоні
Варіант 1-1	1	2	2	0
Варіант 1-2	2	1	1	1
Варіант 1-3	3	0	0	2

Знову «найгірший» варіант 1-1 (1 зелений і 2 червоних).

**Задача 9.3.** Сума і добуток чотирьох натуральних чисел однакові. Знайти ці числа.

**Зауваження.** Бажано перед цим диктантом згадати на уроках про існування двох, трьох чисел, сума і добуток яких однакові ( $2 + 2 = 2 \cdot 2$ ;  $1 + 2 + 3 = 1 \cdot 2 \cdot 3$ ).

**Розв'язання.** Зрозуміло, що серед заданих чотирьох чисел точно буде одиниця, а може не одна. Далі треба просто швидко перебирати варіанти (метод перебору).

**Задача 9.4.** Куб  $5 \times 5 \times 5$  пофарбували і розрізали на одиничні кубики. Скільки кубиків зовсім не пофарбовані?

**Зауваження.** Слід уявити куб, складений із стовпчиків по 5 кубиків, і уявити, які з кубиків не «виходять» на поверхню. Важливо, щоб діти зрозуміли існування куба в кубі і залежність між їх розташуванням.



**Задача 9.5.** Скільки діагоналей має опуклий дев'ятикутник?

**Зауваження.** Використовуємо метод «рукошукання». Отже, вершина «вітається» з усіма іншими, крім трьох (самої вершини та двох сусідніх).



**Розв'язання.** Для кожної вершини (9) таких вершин 6 (діагоналей). Кожну діагональ ми порахували по два рази. Отримуємо:  $(9 \cdot 6) : 2 = 27$  (діагоналей).

**Задача 9.6.** Батькові стільки років, скільки синові та дочці разом. Син удвічі старший за дочку та на 20 років молодший за батька. Скільки років дочці?

**Розв'язання.** Якщо син (С) на 20 років молодший за батька (Б), то разом з донькою (Д) вони складають вік батька. Отримуємо:  $Б - С = Д$ .

# 10.

## Математичний диктант

- 10.1. Малюк з'їдає банку варення за 6 хвилин, а Карлсон таку ж саму банку варення з'їдає вдвічі швидше. За який час Малюк і Карлсон з'їдять банку варення разом?
- 10.2. Обчислити:  $35 \cdot 125 + 28 \cdot 125 + 63 \cdot 354$ .
- 10.3. Різниця двох чисел на 13 менша за зменшуване і на 5 більша за від'ємник. Знайти зменшуване і від'ємник.
- 10.4. Ірина й Оля назбирали разом 70 грибів.  $\frac{5}{9}$  грибів, що знайшла Ірина, – лисички,  $\frac{2}{17}$  грибів, що знайшла Оля, – маслюки. Скільки грибів знайшла Ірина?
- 10.5. Для приготування напою треба змішати 4 літри яблучного соку, 2 літри виноградного соку та 1 літр цукрового сиропу. Скільки треба яблучного соку для приготування 350 літрів напою?
- 10.6. Три яблука та два апельсина разом важать 255 грамів; два яблука та три апельсина разом важать 285 грамів. Скільки грамів важать яблуко й апельсин разом?

Задача	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6
Відповідь	2 хв	30177	31, 13	36 грибів	200 л	108 г
Складність	*	**	**	**	*	*

**Задача 10.1.** Малюк з'їдає банку варення за 6 хвилин, а Карлсон таку ж саму банку варення з'їдає вдвічі швидше. За який час Малюк і Карлсон з'їдять банку варення разом?

*Зауваження.* Слід розглянути три банки.

*Розв'язання.* Якщо Карлсон з'їдає банку варення вдвічі швидше Малюка, то він на банку витратить 3 хвилини. Отже, за 6 хвилин Малюк і Карлсон з'їдять 3 банки варення. Тоді 1 банку вони з'їдять за 2 хвилини.

**Задача 10.2.** Обчислити:  $35 \cdot 125 + 28 \cdot 125 + 63 \cdot 354$ .

*Зауваження.* Задача на використання законів арифметичних дій.

*Розв'язання.*  $35 \cdot 125 + 28 \cdot 125 + 63 \cdot 354 = (35 + 28) \cdot 125 + 63 \cdot 354 = 63 \cdot (125 + 354) = 63 \cdot 479 = 30\,177$ .

**Задача 10.3.** Різниця двох чисел на 13 менша за зменшуване і на 5 більша за від'ємник. Знайти зменшуване і від'ємник.

*Розв'язання.* Нехай зменшуване –  $a$ , а від'ємник –  $b$ . Тоді різниця:  $a - b$ . Якщо різниця на 13 менша за зменшуване, то  $a - (a - b) = b$ , тобто від'ємник дорівнює 13. Якщо різниця на 5 більша за від'ємник, тоді різниця дорівнює 18. Отже, зменшуване:  $18 + 13 = 31$ .

**Задача 10.4.** Ірина й Оля назбирали разом 70 грибів.  $\frac{5}{9}$  грибів, що знайшла Ірина, – лисички,  $\frac{2}{17}$  грибів, що знайшла Оля, – маслюки. Скільки грибів знайшла Ірина?

*Розв'язання.* Якщо кількість грибів, що знайшла Ірина, ділиться на 9, а кількість грибів, що знайшла Оля, ділиться на 17, то нам треба підібрати такі два числа, одне з яких ділиться на 9, а друге – на 17. Будемо перебирати спочатку числа, що діляться на 17, а також будемо перевіряти, чи ділиться різниця між 70 і цим числом на 9 без остачі.

$$70 - 17 = 53 \not\div 9;$$

$$70 - (17 \cdot 2) = 70 - 34 = 36 = 9 \cdot 4;$$

$$70 - (17 \cdot 3) = 70 - 51 = 19 : \backslash 9;$$

$$70 - (17 \cdot 4) = 70 - 68 = 2 : \backslash 9.$$

Отже, Ірина зібрала 36 грибів.

**Задача 10.5.** Для приготування напою треба змішати 4 літри яблучного соку, 2 літри виноградного соку та 1 літр цукрового сиропу. Скільки треба яблучного соку для приготування 350 літрів напою?

*Розв'язання.* Сік яблучний, сік виноградний та цукровий сироп разом складають 7 літрів (7 частин). Далі треба 350 поділити на 7. Отримаємо 50 л. Отже, цукрового сиропу треба взяти 50 л, а яблучного соку в чотири рази більше, тобто  $50 \cdot 4 = 200$  л.

**Задача 10.6.** Три яблука та два апельсина разом важать 255 грамів; два яблука та три апельсина разом важать 285 грамів. Скільки грамів важать яблуко й апельсин разом?

*Зауваження.* Подібна задача вже зустрічалася (МД 4, задача 4.1).

*Розв'язання.* Визначимо скільки важать п'ять яблук і п'ять апельсинів разом:  $255 + 285 = 540$  г. Далі визначимо скільки важать одне яблуко й один апельсин разом:  $540 : 5 = 108$  г.

# 11.

## Математичний диктант

- 11.1.* На дошці написані натуральні числа: 2,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 500. Кожне число, починаючи з третього, дорівнює добутку двох попередніх. Знайдіть числа:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .
- 11.2.* Написати восьмизначне число, в записі якого є дві цифри 1, дві цифри 2, дві цифри 3 та дві цифри 4 так, аби між одиницями була одна цифра, між двійками – дві цифри, між трійками – три цифри, між четвірками – чотири цифри.
- 11.3.* У двоцифровому числі закреслили одну цифру, а отримане число в 31 раз стало менше за початкове. Знайдіть найбільше таке число.
- 11.4.* Знайти суму:  $(0,25)^2 + (2,4)^2 - (0,3)^2$ . Результат округлити до сотих.
- 11.5.* Чи може число бути в два рази більше за квадрат цього числа? Якщо так, то скільки таких чисел існує? Наведіть приклад.
- 11.6.* Сума десяти натуральних чисел дорівнює 20. Добуток цих чисел дорівнює 20. Знайдіть ці числа.

Задача	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6
Відповідь	$a = 5;$ $b = 10;$ $c = 50$	41312432 або 23421314	93	5,7325	Так. 0 та 1/2	10, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1
Складність	**	**	*	**	*	**

**Задача 11.1.** На дошці написано натуральні числа: 2,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 500. Кожне число, починаючи з третього, дорівнює добутку двох попередніх. Знайдіть числа:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

**Зауваження.** Задача на вміння записувати математичними співвідношеннями текстову умову задачі.

**Розв'язання.**  $b = 2a$ ;  $c = ab$ ;  $500 = bc$ , тоді  $500 = 2a \cdot 2a^2$ ;  $500 = 4a^3$ ;  $a^3 = 125$ ;  $a = 5$ , тоді  $b = 10$ ;  $c = 50$ .

**Задача 11.2.** Написати восьмизначне число, в записі якого є дві цифри 1, дві цифри 2, дві цифри 3 та дві цифри 4 так, аби між одиницями була одна цифра, між двійками – дві цифри, між трійками – три цифри, між четвірками – чотири цифри.

**Зауваження.** Задача на конструювання числа з певними властивостями. Задача тренує навички швидко конструювати приклад з подальшим удосконаленням, враховуючи умову.

**Розв'язання.** Починати можна з будь-яких цифр. Наприклад, з одиниці. 11 (рисочки означають, що на цих місцях можуть стояти інші цифри). Між одиницями можуть стояти або 2, або 3, або 4. Спробувавши 2, приходимо до ускладнень. Треба змінити початкову ідею і ставити 3. 131, далі праворуч від 1 можна ставити або 2, або 4. Краще 2, тож 1312. Тепер зрозуміло, де можна поставити 4: 41312432. Отримали число, що відповідає умові.

**Задача 11.3.** У двоцифровому числі закреслили одну цифру, а отримане число в 31 раз стало менше за початкове. Знайти найбільше таке число.

**Зауваження.** Перевіряється вміння записувати числа у вигляді суми розрядних доданків та працювати з ними.

**Розв'язання.** Двоцифрове число можна записати у вигляді:  $10a + b$ . Закреслювати можна або цифру десятків, або цифру одиниць. Перевіримо ці два варіанти:

1)  $10a + b = 31b$ ;  $10a = 30b$ ;  $a = 3b$ , оскільки  $a$  та  $b$  – цифри, то найбільше число може бути, якщо  $b = 3$ ,  $a = 9$ .

2)  $10a + b = 31a$ ;  $b = 21a$ , отже, жодні цифри не відповідають рівності ((0; 0) не підходить). Відповідь: 93.

**Задача 11.4.** Знайдіть суму:  $(0,25)^2 + (2,4)^2 - (0,3)^2$ . Результат округлити до сотих.

**Зауваження.** Вміння працювати з десятковими дробами, знаючи квадрати натуральних чисел другого і третього десятка.

**Розв'язання.**  $(0,25)^2 = 0,0625$ ;  $(2,4)^2 = 5,76$ ;  $(0,3)^2 = 0,09$ ;  $0,0625 + 5,76 - 0,09 = 5,7325$ .

**Задача 11.5.** Чи може число бути в два рази більше за квадрат цього числа? Якщо так, то скільки таких чисел існує? Наведіть приклад.

**Зауваження.** Задача на конструювання прикладу.

**Розв'язання.** Зрозуміло, що шукати приклад серед натуральних чисел не можна. Отже, в результаті роздумів отримаємо відповідь. Можна скласти рівняння:  $a = 2a^2$ . Якщо  $a$  не дорівнює 0, то маємо результат:  $1 = 2a$ , звідки  $a = 1/2$ .

**Задача 11.6.** Сума десяти натуральних чисел дорівнює 20. Добуток цих чисел дорівнює 20. Знайдіть ці числа.

**Зауваження.** Задача подібна до задачі 9.3.

**Розв'язання.** Серед цих чисел має бути декілька одиниць. Майже відразу стає очевидним, що їх багато. Може вісім?! Спробуємо:

$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 10 = 20;$$

$$1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 10 = 20.$$

Можна показати, що інші розклади числа 20 у добуток ( $4 \cdot 5$ ;  $1 \cdot 20$ ;  $2 \cdot 2 \cdot 5$ ) не приводять до бажаного результату.

# 12.

## Математичний диктант

- 12.1. Сума двозначного числа і двозначного числа, записаного тими самими цифрами, що і початкове, але в зворотному порядку, дорівнює квадрату деякого натурального числа. Якого найбільшого значення може набути початкове число?
- 12.2. Поставити дужки в потрібних місцях так, щоб рівність  $6 \cdot 8 + 20 : 4 - 2 = 40$  стала правильною.
- 12.3. Розв'язати рівняння:  $1101_2^{10_2} = x_3$ .
- 12.4. З дробів:  $\frac{5}{6}$ ;  $\frac{7}{8}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{4}{5}$  вибрати найбільше число.
- 12.5. Обчислити:  $1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{6} + 3\frac{5}{8} - \frac{7}{6}$ .
- 12.6. У хлопчика в родині стільки сестер, скільки і братів, а в його сестри удвічі менше сестер, ніж братів. Скільки хлопчиків і скільки дівчат у цій родині?



Задача	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6
Відповідь	92	$6 \cdot (8 + 20) : 4 - 2 = 40$	$x_3 = 20021_3$	$\frac{7}{8}$	6	4 хлопчика, 3 дівчини
Складність	**	**	**	*	*	**

**Задача 12.1.** Сума двозначного числа і двозначного числа, записаного тими самими цифрами, що і початкове, але в зворотному порядку, дорівнює квадрату деякого натурального числа. Якого найбільшого значення може набути початкове число?

*Зауваження.* Задача на вміння працювати з цифрами, застосовуючи невелике перебирання варіантів.

*Розв'язання.* Згідно з умовою:  $\_ + \_ = x^2$ ;  $10a + b + 10b + a = x^2$ ;  $11a + 11b = x^2$ ;  $11(a + b) = x^2$ . Очевидно, що квадрат числа має ділитися на 11, отже, і саме число ділиться на 11 (слід пояснити, чому так має бути). Отже, число  $x$  може дорівнювати: 11, 22, 33, ... . Якщо  $x = 11$ , то  $a + b = 11$ . Найбільше початкове число може бути 92, де  $a = 9$ ,  $b = 2$ . Якщо  $x = 22$ , то  $a + b = 22$ . Очевидно, що таких цифр  $a$  та  $b$  не існує.

**Задача 12.2.** Поставити дужки в потрібних місцях так, щоб рівність  $6 \cdot 8 + 20 : 4 - 2 = 40$  стала правильною.

*Зауваження.* Перевіряється вміння швидко аналізувати і перебирати варіанти.

*Розв'язання.*  $6 \cdot (8 + 20) : 4 - 2 = 40$ .

**Задача 12.3.** Розв'язати рівняння:  $1101_2^{10} = x_3$ .

*Зауваження.* Одна із задач на різні системи числення. В учнів вже має бути стійке уявлення про переведення чисел із однієї системи числення в іншу.

*Розв'язання.*

$$13^2 = 169 = 2 \cdot 81 + 0 \cdot 27 + 0 \cdot 9 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 20021_3.$$

**Задача 12.4.** З дробів  $\frac{5}{6}$ ;  $\frac{7}{8}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{4}{5}$  вибрати найбільше число.

*Розв'язання.* Порівнювати звичайні дроби з різними знаменниками і чисельниками можна, порівнюючи їхні доповнення до цілого

числа, а саме:  $\frac{5}{6} = 1 - \frac{1}{6}$ ;  $\frac{7}{8} = 1 - \frac{1}{8}$ ;  $\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{5} = 1 - \frac{1}{5}$ . Оскільки  $\frac{1}{8}$  найменше із чисел  $\frac{1}{6}$ ;  $\frac{1}{8}$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{5}$ , то  $1 - \frac{1}{8}$  – найближче число до 1 з лівого боку, тобто  $\frac{7}{8}$  – найбільше число.

**Задача 12.5.** Обчислити:  $1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{6} + 3\frac{5}{8} - \frac{7}{6}$ .

**Зауваження.** Задача на групування чисел.

**Розв'язання:** Для полегшення обчислення виконаємо групування:

$$1\frac{3}{8} + 2\frac{1}{6} + 3\frac{5}{8} - \frac{7}{6} = 1\frac{3}{8} + 3\frac{5}{8} + 2\frac{1}{6} - 1\frac{1}{6} = 5 + 1 = 6.$$

**Задача 12.6.** У хлопчика в родині стільки сестер, скільки і братів, а в його сестри удвічі менше сестер, ніж братів. Скільки хлопчиків і скільки дівчат у цій родині?

**Розв'язання.** Зрозуміло, що хлопчиків у родині на одного більше, ніж дівчат (кількість хлопців – парне число).

Використаємо спосіб розв'язання – складання рівняння.

Нехай  $a$  – кількість дівчат, а  $b$  – кількість хлопців.

Згідно з умовою  $b - 1 = a$ ;  $2(a - 1) = b$ ,

тобто  $2(a - 1) = a + 1$ ;  $2a - 2 = a + 1$ .

Отримуємо:  $a = 3$ ;  $b = 4$ .

# 13.

## Математичний диктант

- 13.1.* Знайти суму чисел:  $0,23 + 1,8 + 3,05 + 2,2 + 0,77$ . Результат округліть до десятих.
- 13.2.* У двох стосах 30 зошитів. Якщо з першого стосу перекласти у другий два зошити, то в першому стосі стане вдвічі більше зошитів, ніж у другому. Скільки було зошитів у кожному стосі спочатку?
- 13.3.* На скільки сума квадратів чисел 2,22 і 2,82 більша за суму квадратів чисел 2,32 і 2,72?
- 13.4.* На дошці записано тризначне число без нулів, усі цифри якого різні. Сума цифр цього числа – 15. Знайдіть суму цифр усіх тризначних чисел, які можна отримати перестановкою цих цифр.
- 13.5.* За допомогою п'яти п'ятірок, знаків дій і дужок отримати число 2 (за один варіант – 1 бал, за два варіанти – 2 бали).
- 13.6.* Чарівний «протидраконячий» меч за один раз може відрубати: або 1 голову (тоді виросте 1 голова), або 2 голови (тоді нічого не виросте), або 1 хвіст (тоді виростуть два хвости), або 2 хвости (тоді виросте 1 голова). За яку найменшу кількість ударів меч може відрубати всі голови і всі хвости триголовому трихвостому дракону?

Задача	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6
Відповідь	8,05	1-й стос – 22 зошити 2-й стос – 8 зошитів	На 0,1	90	$(5+5) : 5+5-5=2$ $(5 \cdot 5-5):(5+5)=2$	9
Складність	*	*	***	*	**	**

**Задача 13.1.** Знайти суму чисел:  $0,23 + 1,8 + 3,05 + 2,2 + 0,77$ . Результат округліть до десятих.

*Зауваження.* Задача на групування чисел і округлення.

*Розв'язання.*  $(0,23 + 0,77) + (1,8 + 2,2) + 3,05 = 8,05 \approx 8,1$ .

**Задача 13.2.** У двох стосах 30 зошитів. Якщо з першого стосу перекласти у другий 2 зошити, то у першому стосі стане вдвічі більше зошитів, ніж у другому. Скільки було зошитів у кожному стосі спочатку?

*Розв'язання.* Спочатку зрозуміло скільки зошитів має залишитися в першому і другому стосах: 20 та 10. Після цього відома задача: якщо після перекладання двох зошитів в одному стосі стане однакова кількість з другим стосом, то в першому стосі має бути на чотири зошити більше, ніж у другому.

Також можна скласти рівняння: нехай  $a$  – кількість зошитів у «більшому» стосі,  $b$  – у «меншому». Згідно з умовою:

$b + a = 30$ ;  $a - 2 = 2(b + 2)$ , тобто  $28 - b = 2b + 4$ . Отримуємо  $3b = 24$ , тобто  $b = 8$ , а  $a = 22$ .

**Задача 13.3.** На скільки сума квадратів чисел 2,22 і 2,82 більша за суму квадратів чисел 2,32 і 2,72?

*Зауваження.* Перевіряється вміння швидко виконувати дії з десятковими дробами. Може завдання і не зовсім вдале, але ж було запропоноване.

*Розв'язання.*

$$(2,22)^2 + (2,82)^2 = 12,8808;$$

$$(2,32)^2 + (2,72)^2 = 12,7808;$$

$$12,8808 - 12,7808 = 0,1.$$

**Задача 13.4.** На дошці записано тризначне число без нулів, усі цифри якого різні. Сума цифр цього числа – 15. Знайдіть суму цифр усіх тризначних чисел, які можна отримати перестановкою цих цифр.

**Розв'язання.** Якщо записати тризначне число у вигляді  $abc$ , то можна міркувати так: якщо цифри  $a, b, c$  різні, то на перше місце можна поставити будь-яку з трьох цифр  $a, b, c$ . Якщо вже це місце зайнято, то на друге місце можна поставити будь-яку з двох цифр, що залишилися, на третє місце можна поставити тільки одну цифру, що залишилася. Отже, усього  $3 \cdot 2 \cdot 1$  варіанти перестановок. Усього можна записати шість різних чисел, сума цифр яких 15. Сума всіх цифр таких чисел:  $6 \cdot 15 = 90$ .

**Задача 13.5.** За допомогою п'яти п'ятірок, знаків дій і дужок отримати число 2 (за один варіант – 1 бал, за два варіанти – 2 бали).

**Розв'язання.**

$$(5 + 5) : 5 + 5 - 5 = 2;$$

$$(55 - 5) : (5 \cdot 5) = 2;$$

$$(5 \cdot 5 - 5) : (5 + 5) = 2;$$

$$(5 + 5) \cdot 5 : (5 \cdot 5) = 2.$$

Можливо є ще варіанти.

**Задача 13.6.** Чарівний «протидраконячий» меч за один раз може відрубати: або 1 голову (тоді виросте 1 голова), або 2 голови (тоді нічого не виросте), або 1 хвіст (тоді виростуть два хвости), або 2 хвости (тоді виросте 1 голова). За яку найменшу кількість ударів меч може відрубати всі голови і всі хвости триголовому трихвостому дракону?

**Розв'язання.** Треба за найменшу кількість ударів відрубати парну кількість голів. Для цього треба мати або два хвости, або шість хвостів. Шість хвостів можна відрубати за три удари. З шести хвостів за три удари можна відрубати шість голів, яких можна позбутися за три удари. Отже, найменша кількість ударів – 9.

# 14.

## Математичний диктант

14.1. Знайдіть найменше трицифрове число, яке стає кубом натурального числа при множенні його на 7.

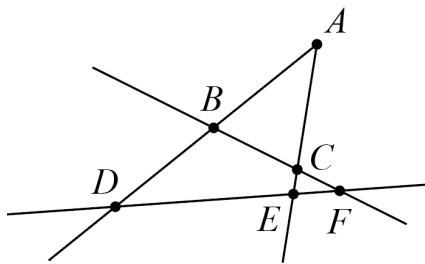
14.2. Обчисліть:  $(2,3)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$ .

14.3. Знайдіть останню цифру числа:  
 $1! + 2! + 3! + \dots + 2020!$ .

14.4. У числі 10111213...1819 викресліть десять цифр так, щоб отримати найбільше можливе число.

14.5. Скільки діагоналей в опуклого стокутника?

14.6. Скільки променів на рисунку?



Задача	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6
Відповідь	392	5,415	3	4516171819	4850	18
Складність	*	**	**	**	**	**

**Задача 14.1.** Знайдіть найменше трицифрове число, яке стає кубом натурального числа при множенні його на 7.

*Розв'язання.* Очевидно, що в записі числа при розкладі на прості множники має бути  $7^2$ , але це тільки 49 (оскільки число має бути тризначне). Тоді в цьому розкладі має бути  $2^3$ , тобто 8. Маємо:  $8 \cdot 49 = 392$ ;  $(2^3 \cdot 7^2) \cdot 7 = (14)^3$ .

**Задача 14.2.** Обчисліть:  $(2,3)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^3$ .

*Розв'язання.*  $(2,3)^2 = 5,29$ ;  $(1/2)^3 = 0,125$ ;  $5,29 + 0,125 = 5,415$ .

**Задача 14.3.** Знайдіть останню цифру числа:  $1! + 2! + 3! + \dots + 2020!$ .

*Зауваження.* Дітей слід ознайомити з поняттям «факторіал».

*Розв'язання.* Усі факторіали, починаючи з п'ятірки, закінчуються нулями. Отже, треба порахувати суму останніх цифр:  $1!$ ,  $2!$ ,  $3!$  та  $4!$ . Це  $1 + 2 + 6 + 4$ . Тоді остання цифра 3.

**Задача 14.4.** У числі 10111213...1819 викресліть десять цифр так, щоб отримати найбільше можливе число.

*Розв'язання.* Треба записати число повністю:

10111213141516171819. Зрозуміло, що треба отримати десятизначне число з найбільшою першою цифрою. Найбільшою першою цифрою може бути 4 або 5, але 5 може бути, якщо не закреслювати 0, але тоді число буде дев'ятизначне. Тобто 0 треба закреслити, залишається 4; треба викреслити 1 після 4. Отримаємо 4516171819.

**Задача 14.5.** Скільки діагоналей в опуклого стокутника?

*Зауваження.* Використовуємо метод «рукостискань».

*Розв'язання.* Діти вміють рахувати діагоналі в опуклих багатокутників за формулою:

$$\frac{n \cdot (n - 3)}{2} = \frac{100 \cdot 97}{2} = 4850.$$

**Задача 14.6.** Скільки променів на рисунку? (див. рис. задачі 14.6).

*Розв'язання.* На рисунку дві прямі зі спільною точкою  $F$  і два промені зі спільним початком у точці  $A$ . Три точки на прямій дають шість променів, а три точки на промені дають три промені. Отже,  $6 + 6 + 3 + 3 = 18$ .



# 15.

## Математичний диктант

- 15.1.* Темний маг у своїй лабораторії почав створювати гоблінів. За першу хвилину він створив одного гобліна, за другу хвилину він створив другого гобліна, а потім стомився і відійшов від роботи, а за третю хвилину двоє гоблінів створили ще одного гобліна. Потім кожну хвилину кожна пара гоблінів створювала по одному гобліну. Скільки гоблінів буде створено через 10 хвилин? (через 20 хвилин?)
- 15.2.* Учень мага запитав свого наставника скільки тому років. Маг відповів: «Якщо до половини моїх років додати 60, то дізнаєшся мій вік 40 років тому». Скільки років магу?
- 15.3.* Дракон долітає зі своєї печери до міста за 3 хвилини, долаючи за 1 секунду 4 фусси. Знайдіть відстань від печери до міста, якщо 1 фусс дорівнює 12 цолів, а 1 цоль дорівнює 257,53 см. Відповідь дати в кілометрах (відповідь округлити до десятих).
- 15.4.* Ельф за 1 секунду випускає дві стріли одночасно. З 10 стріл 1 стріла не потрапляє в ціль. За який час він зможе вразити 100 орків?
- 15.5.* Гноми Гімлі та Дрімлі близнюки. Один з них спить  $\frac{1}{3}$  всієї доби, а другий –  $\frac{1}{4}$  доби. Дожили вони до 72-річного віку. Скільки років спав кожен із них?
- 15.6.* Знайдіть суму квадратів різниці і суми чисел 1,7 та 1,2.

Задача	15.1	15.2	15.3	15.4	15.5	15.6
Відповідь	42	200 років	22,3 км	56 секунд	Гімлі – 24 роки Дрімлі – 18 років	8,66
Складність	**	**	***	**	*	*

**Задача 15.1.** Темний маг у своїй лабораторії почав створювати гоблінів. За першу хвилину він створив одного гобліна, за другу хвилину він створив другого гобліна, а потім стомився і відійшов від роботи, а за третю хвилину двоє гоблінів створили ще одного гобліна. Потім кожну хвилину кожна пара гоблінів створювала по одному гобліну. Скільки гоблінів буде створено через 10 хвилин? (через 20 хвилин?)

*Зауваження.* Задача на конструювання послідовності чисел.

*Розв'язання.* Для отримання відповіді достатньо зробити 10 кроків відтворення кількості гоблінів: 1 хв – 1; 2 хв – 1 + 1 = 2; 3 хв – 2 + 1 = 3; 4 хв – 3 + 1 = 4; 5 хв – 4 + 2 = 6; 6 хв – 6 + 3 = 9; 7 хв – 9 + 4 = 13; 8 хв – 13 + 6 = 19; 9 хв – 19 + 9 = 28; 10 хв – 28 + 14 = 42.

**Задача 15.2.** Учень мага запитав свого наставника скільки тому років. Маг відповів: «Якщо до половини моїх років додати 60, то дізнаєшся мій вік 40 років тому». Скільки років магу?

*Розв'язання.* Згідно з умовою задачі зрозуміло, що половина років мага дорівнює:  $60 + 40 = 100$  років. Отже, магу зараз 200 років.

*Зауваження.* Задачу можна розв'язувати складанням рівняння.

**Задача 15.3.** Дракон долітає зі своєї печери до міста за 3 хвилини, долаючи за 1 секунду 4 фусси. Знайдіть відстань від печери до міста, якщо 1 фусс дорівнює 12 цолів, а 1 цоль дорівнює 257,53 см. Відповідь дати в кілометрах (відповідь округлити до десятих).

*Зауваження.* Задача на швидкість дій з переведення одних одиниць вимірювання в інші.

*Розв'язання.*

$$3 \cdot 60 \cdot 4 \cdot 12 \cdot 257,53 \text{ см} = 2\,225\,059,2 \text{ см} \approx 22,251 \text{ км} \approx 22,3 \text{ км}.$$

**Задача 15.4.** Ельф за 1 секунду випускає дві стріли одночасно. З 10 стріл 1 стріла не потрапляє в ціль. За який час він зможе вразити 100 орків?

**Розв'язання.** 100 стріл за 50 секунд – 90 орків вражено. Ще 10 стріл за 5 секунд – 9 орків вражено. І ще потрібна 1 секунда на 2 стріли, щоб точно вразити 1 орка. Отже, ельфу потрібно **56** секунд.

**Задача 15.5.** Гноми Гімлі та Дрімлі близнюки. Один з них спить  $\frac{1}{3}$  всієї доби, а другий –  $\frac{1}{4}$  доби. Дожили вони до 72-річного віку. Скільки років спав кожен із них?

**Розв'язання.** Важливо зрозуміти, що з умови випливає, що близнюки усі 72 роки кожної доби спали однаково, а отже, не важливо скільки днів містить той чи інший рік. Треба просто поділити 72 на 3, потім на 4. Отримаємо відповідь: один з них спав 24 роки, другий – 18 років (немає потреби у відповіді називати імена гномів).

**Задача 15.6.** Знайдіть суму квадратів різниці і суми чисел 1,7 та 1,2.

**Зауваження.** Спочатку необхідно записати вираз, який треба обчислити.

**Розв'язання.**

$$(1,7 - 1,2)^2 + (1,7 + 1,2)^2 = 0,5^2 + 2,9^2 = 0,25 + 8,41 = 8,66.$$

# 16.

## Математичний диктант

- 16.1.* Є 100 монет. Деякі з них по 10 центів, деякі з них по 25 центів. Скільки монет по 10 центів і по 25 центів, якщо разом всі монети складають 19 доларів (1 долар містить 100 центів)?
- 16.2.* Олеся під час дозвілля любить складати однакові кубики у вигляді прямокутного паралелепіпеда. Одного разу з 18 кубиків вона склала триповерховий паралелепіпед і задалася питанням: яка може бути найбільша площа поверхні в такого паралелепіпеда, якщо довжина ребра кубика 1,2 см?
- 16.3.* На одну шальку терезів поклали кавун, а на другу  $\frac{2}{3}$  такого самого кавуна і ще  $2\frac{2}{3}$  кг. Скільки важить кавун?
- 16.4.* У виразі  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$  замініть тільки один знак «+» на « $\times$ », щоб результат дорівнював 100.
- 16.5.* З 24 паличок довжиною 1 дм треба викласти прямокутник найбільшої площі. Чому дорівнює ця площа?
- 16.6.* У деяких відомих словах переставили букви й отримали таке: кидніль; стребакіси; бокодут; дікозвір. Відтворіть початкові слова.

Задача	16.1	16.2	16.3	16.4	16.5	16.6
Відповідь	40 по 10 та 60 по 25	77,76	8	$8 \times 9$	36 дм <sup>2</sup>	діленьник, бісектриса, добуток, відрізок
Складність	**	***	*	*	**	***

**Задача 16.1.** Є 100 монет. Деякі з них по 10 центів, деякі з них по 25 центів. Скільки монет по 10 центів і по 25 центів, якщо разом всі монети складають 19 доларів (1 долар містить 100 центів)?

*Зауваження.* Схожа на задачу про курей і свиней (див. задача 2.5).

*Розв'язання.* Спочатку уявімо, що всі 100 монет – це монети по 25 центів. Тоді отримаємо 25 доларів, а реально 19. Отже, зайві 6 доларів мають бути вартістю різниці монет по 25 і 10 центів, тобто 15 центів. Отже, монет по 10 центів буде 40 ( $600 : 15$ ), а монет по 25 центів – 60. Треба перевірити:  $60 \cdot 25 + 40 \cdot 10 = 1900$  центів = 19 доларів.

**Задача 16.2.** Олеся під час дозвілля любить складати однакові кубики у вигляді прямокутного паралелепіпеда. Одного разу з 18 кубиків вона склала триповерховий паралелепіпед і задалася питанням: яка може бути найбільша площа поверхні в такого паралелепіпеда, якщо довжина ребра кубика 1,2 см?

*Зауваження.* Триповерховий паралелепіпед – це паралелепіпед, у якого висота – це три кубики, а основа – це прямокутник, що складається мінімум з одного кубика.

*Розв'язання.* Основа паралелепіпеда може бути  $1 \times 6$  та  $2 \times 3$ . Обчислимо площу поверхні цих паралелепіпедів. Для  $1 \times 6 \times 3$ :  $(1 \cdot 6 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 6) \cdot 2 = 54$ ; для  $2 \times 3 \times 3$ :  $(2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3) \cdot 2 = 42$ . Отже, найбільша площа поверхні  $54 \cdot 1,44 = 77,76$  см<sup>2</sup>.

**Задача 16.3.** На одну шальку терезів поклали кавун, а на другу  $\frac{2}{3}$  такого самого кавуна і ще  $2\frac{2}{3}$  кг. Скільки важить кавун?

*Розв'язання.* З умови задачі випливає, що  $\frac{1}{3}$  кавуна важить  $2\frac{2}{3}$  кг. Отже, сам кавун важить  $\frac{8}{3} \cdot 3 = 8$  кг.

**Задача 16.4.** У виразі  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$  замініть тільки один знак «+» на «x», щоб результат дорівнював 100.

**Розв'язання.** Сума всіх чисел дорівнює 45. Вона мала по відношенню до потрібного результату, тому знаком « $\times$ » треба збільшити найбільше можливе значення, забравши значення множників із суми. Далі, треба просто перевірити, що  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$ .

**Задача 16.5.** З 24 паличок завдовжки 1 дм треба викласти прямокутник найбільшої площі. Чому дорівнює ця площа?

**Розв'язання.** Палички ламати не можна. Отже, треба створити прямокутник периметром 24 такий, що добуток чисел, що виражають його ширину і довжину, тобто добуток двох натуральних чисел, сума яких дорівнює 12, був найбільшим. Таких варіантів небагато:  $1 \cdot 11 = 11$ ;  $2 \cdot 10 = 20$ ;  $3 \cdot 9 = 27$ ;  $4 \cdot 8 = 32$ ;  $5 \cdot 7 = 35$ ;  $6 \cdot 6 = 36$ .

**Задача 16.6.** У деяких відомих словах переставили букви й отримали таке: кидніль; стребакіси; бокодут; діковзвір. Відтворіть початкові слова.

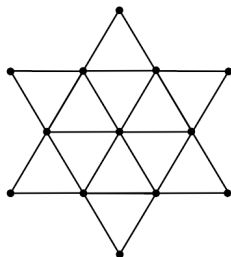
**Зауваження.** Задача на кмітливість і знання математичних термінів.

**Відповідь:** дільник, бісектриса, добуток, відрізок.

# 17.

## Математичний диктант

- 17.1. Батько Гавз святкував свій день народження в неділю. На який день тижня припав день народження мами Гавз, якщо вона на 62 дні молодша?
- 17.2. На банківському рахунку Скруджа МакДака була сума: 3 728 954 106. На хвилину його ворог Флінтхарт Гломгольд отримав можливість стерти будь-які три цифри, щоб на рахунку залишилася найменша сума. Яке число він отримав?
- 17.3. Обчисліть:  $(7,54 \cdot 32,4 - 7,54 \cdot 31,4) : 0,01$ .
- 17.4. Скільки трикутників зображено на рисунку?



- 17.5. Яку цифру треба поставити замість \* (\* – позначено однакові цифри)?  
 $1,* + 3,* + 5,* = 11,1$ .
- 17.6. Площа прямокутника дорівнює  $12,24 \text{ см}^2$ . Одна зі сторін – 4,5 см. Знайдіть периметр прямокутника.

Задача	17.1	17.2	17.3	17.4	17.5	17.6
Відповідь	субота	2854106	754	20	7	14,44
Складність	**	**	*	**	*	*

**Задача 17.1.** Батько Гавз святкував свій день народження в неділю. На який день тижня припав день народження мами Гавз, якщо вона на 62 дні молодша?

*Зауваження.* Задача на увагу.

*Розв'язання.* Якщо мама Гавз на 62 дні молодша, то треба ці 62 дні рахувати «вперед», а не «назад». Тобто додавати ці дні треба до неділі. Спочатку треба знайти число, що кратне 7 і найближче до 62, а це 63. Через 63 дні буде також неділя. Отже, через 62 дні буде субота.

**Задача 17.2.** На банківському рахунку Скруджа МакДака була сума: 3 728 954 106. На хвилину його ворог Флінтхарт Гломгольд отримав можливість стерти будь-які три цифри, щоб на рахунку залишилася найменша сума. Яке число він отримав?

*Розв'язання.* Згідно з умовою маємо справу з десятизначним числом. А якщо викреслити три цифри, залишається семизначне число. Насамперед треба зробити першу цифру цього числа якомога менше. Це має бути 2. Викреслимо 3 та 7. Після двійки залишається 8954106. На останок викреслюємо одну цифру – 9. Отже, 37 28 954 106.

**Задача 17.3.** Обчисліть:  $(7,54 \cdot 32,4 - 7,54 \cdot 31,4) : 0,01$ .

*Зауваження.* Задача на застосування властивостей арифметичних дій.

*Розв'язання.*

$$(7,54 \cdot 32,4 - 7,54 \cdot 31,4) : 0,01 = 7,54 \cdot (32,4 - 31,4) : 0,01 = 754.$$

**Задача 17.4.** Скільки трикутників зображено на рисунку?

*Розв'язання.* Трикутники можна рахувати, наприклад, по кількості трикутників, складених з трьох відрізків (шести відрізків, дев'яти відрізків). Отже, з 3-х – 12; з 6-ти – 6; з 9-ти – 2. Разом – 20.

**Задача 17.5.** Яку цифру треба поставити замість \*?  $1,* + 3,* + 5,* = 11,1$ .



*Розв'язання.*  $11,1 - (1,0 + 3,0 + 5,0) = 2,1$ ;  $2,1 : 3 = 0,7$ .  
Отже, замість \* - 7.

**Задача 17.6.** Площа прямокутника дорівнює  $12,24 \text{ см}^2$ . Одна зі сторін -  $4,5 \text{ см}$ . Знайдіть периметр прямокутника.

*Розв'язання.*  $12,24 : 4,5 = 2,72 \text{ см}$ . Периметр =  $(4,5 + 2,72) \cdot 2 = 14,44 \text{ см}$ .

# 18.

## Математичний диктант

- 18.1.* Мураха і сороконіжка змагаються з бігу. Вони одночасно стартують назустріч один одному. Коли мураха пробігла  $\frac{1}{3}$ , а сороконіжка  $\frac{5}{6}$  усієї дистанції, то виявилося, що відстань між ними 8 метрів. Яка довжина всієї дистанції?
- 18.2.* За книгу заплатили 100 грн, а залишилося заплатити ще стільки, скільки залишалось заплатити, якби за неї заплатили стільки, скільки залишалось заплатити. Скільки коштує книга?
- 18.3.* Те та се і ще половина того та сього у скільки разів більше за три чверті того та сього?
- 18.4.* Який кут складає хвилинна і годинникова стрілки об 11 годині 20 хвилин?
- 18.5.* У виразі  $4 \times 5 + 18 : 3 + 6$  розмістіть дужки так, щоб отримати 50.
- 18.6.* Розв'яжіть ребус: КОКА + КОЛА = ВОДА.

Задача	18.1	18.2	18.3	18.4	18.5	18.6
Відповідь	48 м	200 грн	у 2 рази	140°	$4 \times (5 + 18 : 3) + 6$	$3930 + 3980 = 7910$
Складність	**	**	**	**	*	**

**Задача 18.1.** Мураха і сороконіжка змагаються з бігу. Вони одночасно стартують назустріч один одному. Коли мураха пробігла  $\frac{1}{3}$ , а сороконіжка  $\frac{5}{6}$  усієї дистанції, то виявилося, що відстань між ними 8 метрів. Яка довжина всієї дистанції?

**Розв'язання.** З умови випливає, що мураха пробігла  $\frac{1}{3}$ , а сороконіжка  $\frac{5}{6}$  усієї дистанції одночасно. Далі діти (ще з молодшої школи) розв'язують такі задачі за допомогою рисунку. З рисунку видно, що відстань між бігунами  $\frac{1}{6}$  усієї дистанції, а її довжина 8 метрів. Отже, вся дистанція – 48 метрів.



**Задача 18.2.** За книгу заплатили 100 грн, а залишилось заплатити ще стільки, скільки залишалось заплатити, якби за неї заплатили стільки, скільки залишалось заплатити. Скільки коштує книга?

**Зауваження.** Задачу треба читати стільки разів, скільки забажають діти. Для кращого розуміння необхідно поставити наголоси.

**Розв'язання.** Головна ідея – залишилося заплатити стільки, скільки вже заплатили. Отже, залишилося заплатити 100 грн. Книга коштує 200 грн.

**Задача 18.3.** Те та се і ще половина того та сього у скільки разів більше за три чверті того та сього?

**Зауваження.** Важливо, щоб діти навчилися розуміти, що є суттєвим, а що несуттєвим за умовою задачі. Те та се може бути чим завгодно і не треба на це зважати.



*Розв'язання.* Треба порівняти  $1\frac{1}{2}$  з  $\frac{3}{4}$  якоїсь величини. Зручно проілюструвати розв'язання.

**Задача 18.4.** Який кут складає хвилинна та годинникова стрілки об 11 годині 20 хвилин?

*Зауваження.* Задачі на рух годинникової та хвилинної стрілок діти розв'язують ще в початковій школі. Вони знають, що коли хвилинна стрілка проходить повний оберт, годинна стрілка проходить  $\frac{1}{12}$  частину оберт.

*Розв'язання.* Отже,  $\frac{1}{12}$  частина повного оберт – це поворот на  $30^\circ$ . Якщо хвилинна стрілка за 20 хв проходить  $\frac{1}{3}$  повного оберт, то годинна стрілка повернеться на  $\frac{1}{3}$  від  $30^\circ$ , тобто на  $10^\circ$ . Кут між стрілками об 11 : 00 складає  $30^\circ$ . За 20 хв хвилинна стрілка повернеться на  $120^\circ$ , а годинна – на  $10^\circ$ . Отже, кут між годинною і хвилинною стрілками в 11 : 20 буде:  $30^\circ + 120^\circ - 10^\circ = 140^\circ$ .

**Задача 18.5.** У виразі  $4 \times 5 + 18 : 3 + 6$  поставити дужки так, щоб отримати 50.

*Розв'язання.*  $4 \cdot (5 + 18 : 3) + 6$ .

**Задача 18.6.** Розв'язати ребус: КОКА + КОЛА = ВОДА.

*Розв'язання.* А = 0; О = 0 або 9, але 0 вже зайнятий; К + Л і 10 та К + К < 10. Далі перебиранням К знаходимо єдиний варіант:  $3930 + 3980 = 7910$ .

# 19.

## Математичний диктант

- 19.1. Сума двох чисел дорівнює 13,5927. Якщо в більшому з чисел перенести кому на один знак вліво, то отримаємо менше з цих двох доданків. Знайдіть ці числа.
- 19.2. Знайдіть найбільше двоцифрове число, що дорівнює потроєній сумі його цифр.
- 19.3. Рон запитав Гаррі: «Куди ти так поспішаєш?» «Треба встигнути на потяг о 18 : 00, – відповів Гаррі. – Скільки ще часу залишилося?» Рон відповів: «50 хвилин тому з 15-ї години пройшло в 4 рази більше хвилин, ніж залишалося до 18-ї». О котрій годині була ця розмова?
- 19.4. Два потяги рухаються назустріч один одному. Швидкість першого потяга – 45 км/год. Швидкість другого потяга – 36 км/год. Пасажир у другому потязі звернув увагу, що перший потяг пройшов повз нього за 6 секунд. Яка довжина першого потяга?
- 19.5. Плутон перебуває на відстані приблизно 5,91 млрд км до Сонця. Скільки годин потрібно світлу, щоб пройти відстань від Сонця до Плутона, якщо швидкість світла  $c = 300\,000$  км/с? (округлити до десятих).
- 19.6. Розв'яжіть ребус: ZWEI + ZWEI = VIER.

Задача	19.1	19.2	19.3	19.4	19.5	19.6
Відповідь	Більше –12,357 Менше –1,2357	27	о 17 год 34 хв	135 м	≈5,5 год	див. розв'язок
Складність	**	*	***	**	***	**

**Задача 19.1.** Сума двох чисел дорівнює 13,5927. Якщо в більшому з чисел перенести кому на один знак вліво, то отримаємо менше з цих двох доданків. Знайдіть ці числа.

*Зауваження.* Один із варіантів розв'язання цієї задачі – складання рівняння.

*Розв'язання.* Нехай більше число –  $a$ . Якщо в цьому числі перенести кому на один знак вліво, то отримаємо  $0,1a$  – це менше число. Їх сума  $a + 0,1a = 13,5927$ . Отже,  $1,1a = 13,5927$ ;  $a = 12,357$  – це більше число, тоді  $1,2357$  – менше число.

**Задача 19.2.** Знайдіть найбільше двоцифрове число, що дорівнює потроєній сумі цифр.

*Розв'язання.* Нехай шукане число дорівнює  $10a + b$ . Згідно з умовою  $10a + b = 3(a + b)$ . З цього випливає, що  $7a = 2b$ . Оскільки  $a$  і  $b$  – цифри, то  $a = 2$ ,  $b = 7$  (і це єдиний варіант).

**Задача 19.3.** Рон запитав Гаррі: «Куди ти так поспішаєш?» «Треба встигнути на потяг о 18 : 00, – відповів Гаррі. – Скільки ще часу залишилося?» Рон відповів: «50 хвилин тому з 15-ї години пройшло в 4 рази більше хвилин, ніж залишалось до 18-ї». О котрій годині була ця розмова?

*Зауваження.* Задачу можна розв'язувати складанням рівняння.

*Розв'язання.* З 15 : 00 до 18 : 00 проходить 180 хв. Якщо розмова відбувалася в певний час між 15 : 00 та 18 : 00, тобто о  $x$  годині. Тоді 50 хв «назад» час був  $x - 50$  хв. Отже, складаємо рівняння:  $x - 50 = (180 - x) \cdot 4$ . Отримаємо:  $5x = 770$ ;  $x = 154$  хв = 2 год 34 хв. Отже, розмова проходила о 17 годині 34 хвилини.

**Задача 19.4.** Два потяги рухаються назустріч один одному. Швидкість першого потяга – 45 км/год. Швидкість другого потяга – 36 км/год. Пасажир у другому потязі звернув увагу, що перший потяг пройшов повз нього за 6 секунд. Яка довжина першого потяга?

*Зауваження.* Задача на зустрічний рух. Швидкість зближення дорівнює сумі швидкостей тіл, що рухаються.

**Розв'язання.** Якщо розглянути ситуацію з точки зору пасажира другого потяга, то перший потяг проходить повз нього зі швидкістю  $45 + 36 = 81$  км/год. Час, за який він пройшов, – 6 секунд, які треба перевести в години:  $6 \cdot 1/3600 = 1/600$  год. Використовуючи формулу руху:  $S = v \cdot t$ , отримаємо довжину першого потяга:  $81/600 = 0,135$  км. Кілометри переводимо в метри:  $0,135 \cdot 1000 = 135$  м.

**Задача 19.5.** Плутон перебуває на відстані приблизно 5,91 млрд км до Сонця. Скільки годин потрібно світлу, щоб пройти відстань від Сонця до Плутона, якщо швидкість світла  $c \approx 300000$  км/с? (округлити до десятих).

**Зауваження.** Задача на вміння працювати з великими числами в десятковому записі.

**Розв'язання.** 5,91 млрд км = 5 910 000 000 км. Спочатку визначимо за скільки секунд світло дістанеться до Плутона:  
 $5\,910\,000\,000 : 300\,000 \approx 19700$  с. Отже,  $19700 : 3600 \approx 5,47 \approx 5,5$  год.

**Задача 19.6.** Розв'яжіть ребус: ZWEI + ZWEI = VIER.

**Розв'язання.** Почнемо з E, яка може бути 0 або 9. Для E = 0 – I має бути непарною, а для E = 9 – I має бути парною. Далі перевіряємо всі випадки.

**Варіанти розв'язання:**

$$1602 + 1602 = 3204; 1397 + 1397 = 2794; 1704 + 1704 = 3408;$$

$$1795 + 1795 = 3590; 1897 + 1897 = 3794; 2704 + 2704 = 5408;$$

$$2897 + 2897 = 5794; 3102 + 3102 = 6204; 3204 + 3204 = 6408;$$

$$3295 + 3295 = 6590; 3602 + 3602 = 7204; 4295 + 4295 = 8590.$$

# 20.

## Математичний диктант

- 20.1. Знайдіть сім таких чисел, що кожне з них менше за попереднє на 0,2, а їх середнє арифметичне 6,6.
- 20.2. Який кут складають годинникова та хвилинна стрілки о 19 годині 40 хвилин?
- 20.3. Знайдіть  $x$  з рівняння:  
 $2 \cdot (0,2 - 0,02 : (0,002 + 0,0002 x)) = 0,3$ .
- 20.4. Двом братам 30 років. Скільки років кожному, якщо  $\frac{1}{2}$  років одного дорівнює  $\frac{1}{3}$  років другого?
- 20.5. Пасажирський потяг долає тунель за 7 хв 30 с, а товарний – за 9 хв 30 с. Швидкість пасажирського потяга на 4 м/с більша за швидкість товарного. Яка довжина тунелю?
- 20.6. Сторону квадрата збільшили на 40 мм і отримали інший квадрат, площа якого  $100 \text{ см}^2$ . Знайти площу початкового квадрата.



Задача	20.1	20.2	20.3	20.4	20.5	20.6
Відповідь	7,2; 7; 6,8; 6,6; 6,4; 6,2; 6	10°	x = 1990	12 років, 18 років	8550 м	36 см <sup>2</sup>
Складність	*	**	**	*	**	*

**Задача 20.1.** Знайдіть сім таких чисел, що кожне з них менше за попереднє на 0,2, а їх середнє арифметичне 6,6.

*Розв'язання.* Нехай перше число –  $x$ , тоді наступне –  $x - 0,2$ ; третє –  $x - 0,4$ ; четверте –  $x - 0,6$ ; п'яте –  $x - 0,8$ ; шосте –  $x - 1$ ; сьоме –  $x - 1,2$ . Їх сума складає:  $7x - 4,2$ . Тоді  $7x - 4,2 = 6,6$ , отже,  $x = 7,2$ . Ці числа: 7,2; 7; 6,8; 6,6; 6,4; 6,3; 6.

**Задача 20.2.** Який кут складають годинникова та хвилинна стрілки о 19 годині 40 хвилин?

*Зауваження.* Для розв'язання подібних задач діти мають вміти малювати циферблат годинника, а також бажано мати два рисунки, на яких можна позначати різний час і кути між стрілками.

*Розв'язання.* Коли хвилинна стрілка проходить 40 хв, годинна має пройти  $\frac{2}{3}$  від  $30^\circ$ . Отже, кут між стрілками:  $30^\circ - 20^\circ = 10^\circ$ .

**Задача 20.3.** Знайдіть  $x$  з рівняння:

$$2 \cdot (0,2 - 0,02 : (0,002 + 0,0002 x)) = 0,3.$$

*Зауваження.* Перевіряється вміння правильно виконувати арифметичні дії при розв'язуванні рівнянь.

*Розв'язання.* Невідома величина послідовно визначається так: спочатку невідомий множник, потім невідомий від'ємник, потім невідомий дільник, потім невідомий доданок, потім невідомий множник.

1)  $0,2 - 0,02 : (0,002 + 0,0002 x) = 0,15$ ;

2)  $0,02 : (0,002 + 0,0002 x) = 0,05$ ;

3)  $0,002 + 0,0002 x = 0,4$ ;

4)  $0,0002 x = 0,398$ ;

5)  $x = 1990$ .

**Задача 20.4.** Двом братам 30 років. Скільки років кожному, якщо  $\frac{1}{2}$  років одного дорівнює  $\frac{1}{3}$  років другого?

*Розв'язання.* Задача передбачає швидке перебирання варіантів з двох чисел, сума яких 30, так, аби половина одного з чисел дорів-

новала третині другого числа. Більше число має ділитися на 3, а менше – на 2. Умові відповідає пара 12 та 18.

**Задача 20.5.** Пасажирський потяг долає тунель за 7 хв 30 с, а товарний – за 9 хв 30 с. Швидкість пасажирського потяга на 4 м/с більша за швидкість товарного. Яка довжина тунелю?

*Розв'язання.* Спочатку переведемо час у секунди: пасажирський потяг долає тунель за 450 с; товарний – за 570 с. Нехай швидкість товарного потяга –  $x$  м/с, тоді швидкість пасажирського –  $(x + 4)$  м/с. Довжину тунелю можна виразити для пасажирського і товарного потягів так:  $(x + 4) \cdot 450 = x \cdot 570$ , звідки  $x = 15$  м/с. Отже, довжина тунелю:  $15 \cdot 570 = 8550$  м.

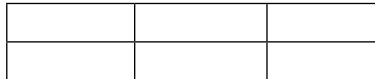
**Задача 20.6.** Сторону квадрата збільшили на 40 мм і отримали інший квадрат, площа якого  $100 \text{ см}^2$ . Знайти площу початкового квадрата.

*Розв'язання.* Необхідно перевести міліметри в сантиметри:  $40 \text{ мм} = 4 \text{ см}$ . Нехай сторона квадрата (початкового) –  $x$  см, тоді  $(x + 4)(x + 4) = 100$ ;  $x + 4 = 10$ ;  $x = 6$ . Площа початкового квадрата –  $36 \text{ см}^2$ .

# 21.

## Математичний диктант

- 21.1. Сума шести різних натуральних чисел дорівнює 22. Знайдіть ці числа.
- 21.2. У трьох ящиках лежать горіхи. У першому на 6 кг менше, ніж в другому і третьому разом. У другому – на 10 кг менше, ніж в першому і третьому разом. Скільки горіхів у третьому ящику?
- 21.3. Ліда на 8 років старша за Настю. Два роки тому їй було в три рази більше років, ніж Насті. Скільки зараз років Насті?
- 21.4. Обчисліть:  $2,72 \cdot 52,3 + 47,7 \cdot 2,72 - 718 \cdot 0,1$ .
- 21.5. Розшифруйте ребус: ЛІТАК<sub>8</sub> + ЛІТАК<sub>8</sub> = ПОЛІТ<sub>8</sub>.
- 21.6. Скільки прямокутників на рисунку?



Задача	21.1	21.2	21.3	21.4	21.5	21.6
Відповідь	1, 2, 3, 4, 5, 7	$a + 6 = v + c$ $v + 10 = a + c$ $c = 8$	6 років	200,2	$16472_8 +$ $+ 16472_8 =$ $= 35164_8$	18
Складність	*	**	**	*	**	*

**Задача 21.1.** Сума шести різних натуральних чисел дорівнює 22. Знайдіть ці числа.

*Розв'язання.* Сума перших шести натуральних чисел дорівнює 21, а в нас 22. Отже, потрібно брати числа: 1, 2, 3, 4, 5, 7.

**Задача 21.2.** У трьох ящиках лежать горіхи. У першому на 6 кг менше, ніж в другому і третьому разом. У другому – на 10 кг менше, ніж у першому і третьому разом. Скільки горіхів у третьому ящику?

*Розв'язання.* Сума ваг горіхів у першому і другому ящиках разом (6 кг і 10 кг) дорівнює сумі ваг горіхів у першому, другому і двічі в третьому ящиках. Отже, у третьому ящику  $16 : 2 = 8$  кг.

**Задача 21.3.** Ліда на 8 років старша за Настю. Два роки тому їй було в три рази більше років, ніж Насті. Скільки зараз років Насті?

*Зауваження.* Задачу можна розв'язувати методом перебору варіантів.

*Розв'язання.* Перевіримо вік два роки тому, а також перевіримо отриманий результат на два роки вперед за таблицю:

	Раніше	Тепер	Раніше	Тепер	Раніше	Тепер	Раніше	Тепер
Настя	1	3	2	4	3	5	4	6
Ліда	3	5	6	8	9	11	12	14
		не сходиться $5-3=2$ , а треба 8		не сходиться		не сходиться		підходить!

**Задача 21.4.** Обчисліть:  $2,72 \cdot 52,3 + 47,7 \cdot 2,72 - 718 \cdot 0,1$ .

*Зауваження.* На знання законів арифметичних дій.

*Розв'язання.* 1)  $2,72 \cdot (52,3 + 47,7) = 272$ ; 2)  $272 - 71,8 = 200,2$ .

**Задача 21.5.** Розшифруйте ребус: ЛІТАК<sub>8</sub> + ЛІТАК<sub>8</sub> = ПОЛІТ<sub>8</sub>.

**Зауваження.** Треба знати таблицю додавання у вісімковій системі числення.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

**Розв'язання.** Л може набувати значення 1, 2 або 3. Т – парна цифра. Якщо Л = 1, то П або 2, або 3. Якщо П = 2, то І = 3 (0 не підходить). Тоді О або 6, або 7. Якщо О = 6, Т = 0. Тоді К = 4 і А = 5. Перевіримо:  $13054 + 13054 = 26130$ . Один варіант знайдено. Також підходить і такий варіант:  $16472 + 16742 = 35164$ .

**Задача 21.6.** Скільки прямокутників на рисунку?

**Зауваження.** Задача на підрахунок прямокутників різних розмірів.

**Розв'язання.**  $1 \times 1 - 6$ ;  $1 \times 2 - 7$ ;  $2 \times 2 - 2$ ;  $1 \times 3 - 2$ ;  $2 \times 3 - 1$ ;  
разом – **18**.

# 22.

## Математичний диктант

22.1. Відтворіть дію, замінивши зірочки цифрами:

$$\begin{array}{r} 6^* \\ \times \frac{***}{**} \\ \hline ** \\ ** \\ \hline ***6 \end{array}$$

22.2. Скількома способами можна поставити на шаховій дошці дві тури різного кольору так, щоб вони не били одна одну?

22.3. Скільки чотиризначних чисел можна утворити із цифр: 0, 1, 3, 5, 7, щоб цифри не повторювалися?

22.4. Потяг повз стовп проїжджає за 15 секунд, а міст завдовжки 450 метрів – за 45 секунд. Яка довжина потяга?

22.5. Знайдіть шість натуральних чисел таких, що їх добуток дорівнює їх сумі.

22.6. Розшифруйте ребус:  
 $РУХ_5 + РУХ_5 = КРОК_5$ .

Задача	22.1	22.2	22.3	22.4	22.5	22.6
Відповідь	7326	3136	96	225 м	1, 1, 1, 1, 2, 6	K = 1, X = 3, Y = 2, O = 0, P = 4
Складність	**	*	**	***	*	***

**Задача 22.1.** Відтворіть дію, замінивши зірочки цифрами:

$$\begin{array}{r}
 6^* \\
 \times \frac{***}{**} \\
 \hline
 ** \\
 \frac{**}{***} \\
 \hline
 ***6
 \end{array}$$

**Розв'язання.** Оскільки при множенні двозначного числа, що починається з цифри 6, на тризначне число в кожному рядку множення отримується тільки двозначне число, то тризначне число складається тільки з одиниць. Тоді зрозуміло, що двозначне число складено з шісток. Отже,  $66 \cdot 111 = 7326$ .

**Задача 22.2.** Скількома способами можна поставити на шаховій дошці дві тури різного кольору так, щоб вони не били одна одну?

**Розв'язання.** Першу туру можна поставити на будь-яку з 64 клітинок шахової дошки. Після цього 15 клітинок дошки будуть битися цією турою, а решта 49 клітинок – вільні, тож на них можна поставити другу туру. Отже, загальна кількість способів (за правилом добутку):  $64 \cdot 49 = 3136$ .

**Задача 22.3.** Скільки чотиризначних чисел можна утворити із цифр: 0, 1, 3, 5, 7, щоб цифри не повторювалися?

**Розв'язання.** На перше місце чотиризначного числа можна поставити будь-яку з чотирьох цифр: 1, 3, 5, 7. На друге місце можна поставити також будь-яку з чотирьох цифр, тепер можна використовувати 0. На третю – будь-яку з трьох цифр, що лишилися. На четверту позицію – будь-яку з двох цифр. Отже, загальна кількість:  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$ .

**Задача 22.4.** Потяг повз стовп проїжджає за 15 секунд, а міст завдовжки 450 метрів – за 45 секунд. Яка довжина потяга?

**Розв'язання.** Якщо потяг проходить міст завдовжки 450 м за 45 с, то можна вважати, що повз стороннього спостерігача зі швидкістю

потяга проходить другий (уявний) потяг, довжина якого дорівнює довжині першого потяга і ще 450 м. Але перший потяг проходить повз спостерігача (в нашому випадку стовп) за 15 с, тоді 450 м потяг проходить за 30 с (45 – 15). Отже, довжина потяга в два рази менша за 450 м, тобто 225 м.

**Задача 22.5.** Знайдіть шість натуральних чисел таких, що їх добуток дорівнює їх сумі.

*Зауваження.* Подібну задачу розв'язували (див. задачі 9.3 та 11.6).

*Розв'язання.* У пам'яті має залишитися, що серед шуканих чисел може бути чимало одиниць. Далі перебирання (підбір) варіантів, наприклад: 1, 1, 1, 2, 2, 3 – не підходить; 1, 1, 1, 1, 2, 4 – не підходить. Ще декілька спроб – і ось результат:  $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 6$ .

**Задача 22.6.** Розшифруйте ребус:  $\text{PUX}_5 + \text{PUX}_5 = \text{KPOK}_5$ .

*Зауваження.* Треба знати таблицю додавання в п'ятірковій системі числення.

	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

*Розв'язання.* У розшифровці мають бути залучені всі цифри: 0, 1, 2, 3, 4. Відразу зрозуміло, що  $\text{K} = 1$ . Тоді  $\text{X} = 3$ ,  $\text{P} = 4$  (з перенесенням розряду)  $\text{Y} = 2$ ,  $\text{O} = 0$ . Отже,  $423_5 + 423_5 = 1401_5$ .



# 23.

## Математичний диктант

- 23.1. Сума п'яти послідовних цілих чисел дорівнює 875. Знайдіть ці числа.
- 23.2. Корова в чотири рази дорожча за собаку. Кінь у чотири рази дорожчий за корову. Разом собака, дві корови і кінь коштують 20 000 грн. Скільки коштує корова?
- 23.3. Обчисліть:  
 $265 \cdot 132 + (132 + 133) \cdot 131 - 265 \cdot 263$ .
- 23.4. Який з дробів:  $\frac{8}{9}$ ;  $\frac{11}{10}$ ;  $\frac{14}{13}$ ;  $\frac{6}{5}$  є найбільший?
- 23.5. Повний бідон з молоком важить 20 кг. Бідон, наповнений молоком наполовину, важить 14 кг. Скільки важить бідон, наповнений молоком на третину?
- 23.6. Розшифруйте ребус:  
СЛОВ,О + СЛОВ,О = ПІСНЯ.

Задача	23.1	23.2	23.3	23.4	23.5	23.6
Відповідь	173, 174, 175, 176, 177	3200 грн	0	$\frac{6}{5}$	12	$9453,5 + 9453,5 =$ $= 18907$
Складність	*	**	**	*	*	**

**Задача 23.1.** Сума п'яти послідовних цілих чисел дорівнює 875. Знайдіть ці числа.

*Розв'язання.* Якщо менше з цих п'яти чисел позначити за  $x$ , то наступні чотири числа мають бути:  $x + 1$ ,  $x + 2$ ,  $x + 3$ ,  $x + 4$ . Сума всіх п'яти чисел  $5x + 10$ . Маємо рівняння:  $5x + 10 = 875$ ;  $5x = 865$ ;  $x = 173$ . Отже, шукані числа: 173, 174, 175, 176, 177.

**Задача 23.2.** Корова в чотири рази дорожча за собаку. Кінь у чотири рази дорожчий за корову. Разом собака, дві корови і кінь коштують 20 000 грн. Скільки коштує корова?

*Розв'язання.* Якщо вартість собаки  $x$ , то корова коштує  $4x$ , а кінь –  $16x$ . Тоді маємо:  $x + 8x + 16x = 20\ 000$ ;  $x = 800$ . Отже, собака коштує 800 грн, а корова – 3200 грн.

**Задача 23.3.** Обчисліть:  $265 \cdot 132 + (132 + 133) \cdot 131 - 265 \cdot 263$ .

*Зауваження.* Приклад на використання раціональних способів обчислення.

*Розв'язання.*

$$265 \cdot 132 + 265 \cdot 131 - 265 \cdot 263 = 265 \cdot (132 + 131 - 263) = 0.$$

**Задача 23.4.** Який з дробів:  $\frac{8}{9}$ ;  $\frac{11}{10}$ ;  $\frac{14}{13}$ ;  $\frac{6}{5}$  є найбільший?

*Розв'язання.* Можна записати кожний із дробів у вигляді суми

$$\text{одиниці і правильного дробу з чисельником 1: } \frac{9}{8} = 1 + \frac{1}{8}; \quad \frac{11}{10} = 1 + \frac{1}{10};$$

$$\frac{14}{13} = 1 + \frac{1}{13}; \quad \frac{6}{5} = 1 + \frac{1}{5}. \text{ Легко порівняти правильні дроби з однаковим}$$

$$\text{чисельником 1: } \frac{1}{5} > \frac{1}{8} > \frac{1}{10} > \frac{1}{13}. \text{ Отже, найбільший з неправильних}$$

$$\text{початкових дробів є } \frac{6}{5}.$$

**Задача 23.5.** Повний бідон з молоком важить 20 кг. Бідон, наповнений молоком наполовину, важить 14 кг. Скільки важить бідон, наповнений молоком на третину?

*Розв'язання.* Згідно з умовою задачі зрозуміло, що все молоко важить  $6 \cdot 2 = 12$  кг. Сам бідон важить 8 кг. Отже, бідон наповнений молоком на третину, важить  $8 + 4 = 12$  кг.

**Задача 23.6.** Розшифруйте ребус: СЛОВ,О + СЛОВ,О = ПІСНЯ.

*Розв'язання.* Ребус треба розв'язувати в десятковій системі числення. Відразу видно, що **О** = 5; **П** = 1; **Н** = 0. **С** може набувати значень: 6, 7, 8, 9. **Я** – непарна цифра: 3, 7 або 9. Отже, **В** може бути: 2, 3 або 4, але **В** не може бути 2, бо тоді **Я** = 5 (неможливо). Якщо **В** = 3, то **Я** = 7, **Л** = 4, **С** = 9, **І** = 8. Отримуємо:  $9453,5 + 9453,5 = 18907$ . Якщо **В** = 4, то **Я** = 9, але **Л** не може дорівнювати ні 3, ні 4.

# 24.

## Математичний диктант

24.1. Знайдіть середнє арифметичне чисел:

$$\frac{25}{17}; \frac{31}{24}; \frac{17}{24}; \frac{26}{17}; 2.$$

24.2. Деяке тіло пододало 11,2 км за 0,8 год, а наступні 22,5 км за 1,2 год. Знайдіть середню швидкість тіла.

24.3. Розв'яжіть рівняння:  $178,5 : (20,3 - 0,1 x) = 21$ .

24.4. У ланцюжку дій:  $9,88 \xrightarrow{:a} 3,8 \xrightarrow{-b} 1,74 \xrightarrow{\cdot c} 6,09$  знайдіть невідомі  $a$ ,  $b$ ,  $c$  та запишіть у відповіді  $a \cdot b \cdot c$ .

24.5. Полуниця містить 6% цукру. Скільки цукру містять 15 кг полуниць?

24.6. З двох міст, відстань між якими становить 230,6 км, одночасно назустріч один одному виїхали два автомобілі. Один з них рухається зі швидкістю 56,9 км/год, швидкість другого – 58,4 км/год. Через скільки годин вони зустрінуться?

Задача	24.1	24.2	24.3	24.4	24.5	24.6
Відповідь	1,4	16,85 км/год	$x = 118$	$a = 2,6, b = 2,06, c = 3,5;$ $a \cdot b \cdot c = 18,746$	0,9 кг	2 год
Складність	*	*	***	***	*	*

**Задача 24.1.** Знайдіть середнє арифметичне число:  $\frac{25}{17}; \frac{31}{24}; \frac{17}{24}; \frac{26}{17}; 2$ .

*Зауваження.* Задача на групування чисел.

*Розв'язання.* Для швидкого обчислення середнього арифметичного цих чисел зробимо групування:  $\frac{25}{17} + \frac{26}{17} = \frac{51}{17} = 3; \frac{31}{24} + \frac{17}{24} = \frac{48}{24} = 2$ .

Отже, середнє арифметичне дорівнює  $7 : 5 = \frac{7}{5}$ , або  $1\frac{2}{5}$ , або 1,4.

**Задача 24.2.** Деяке тіло пододало 11,2 км за 0,8 год, а наступні 22,5 км за 1,2 год. Знайдіть середню швидкість тіла.

*Зауваження.* Важливо звернути увагу, що середня швидкість – це не середнє арифметичне швидкостей тіла за різний проміжок часу. Середня швидкість – це відношення загального пройденого шляху до загального часу.

*Розв'язання.*  $v_{\text{сеп}} = (11,2 + 22,5) : (0,8 + 1,2) = 16,85$  км/год.

**Задача 24.3.** Розв'яжіть рівняння:  $178,5 : (20,3 - 0,1 x) = 21$ .

*Розв'язання.*

$$20,3 - 0,1 x = 178,5 : 21;$$

$$20,3 - 0,1 x = 8,5;$$

$$0,1 x = 20,3 - 8,5;$$

$$0,1 x = 11,8;$$

$$x = 11,8 : 0,1;$$

$$x = 118.$$

**Задача 24.4.** У ланцюжку дій:  $9,88 \xrightarrow{:a} 3,8 \xrightarrow{-b} 1,74 \xrightarrow{\cdot c} 6,09$  знайдіть невідомі  $a, b, c$  та запишіть у відповіді  $a \cdot b \cdot c$ .

*Розв'язання.* Задачу можна розв'язувати по-різному, наприклад з кінця:

$$1) c = 6,09 : 1,74; c = 3,5;$$

$$2) b = 3,8 - 1,74; b = 2,06;$$

$$3) a = 9,88 : 3,8; a = 2,6.$$

Отже,  $a \cdot b \cdot c = 18,746$ .

**Задача 24.5.** Полуниця містить 6% цукру. Скільки цукру містить 15 кг полуниць?

*Зауваження.* Задача на знаходження відсотків від числа.

*Розв'язання.*  $15 \cdot 6 / 100 = 0,9$  кг.

**Задача 24.6.** З двох міст, відстань між якими становить 230,6 км, одночасно назустріч один одному виїхали два автомобілі. Один з них рухається зі швидкістю 56,9 км/год, швидкість другого – 58,4 км/год. Через скільки годин вони зустрінуться?

*Зауваження.* Задача на зустрічний рух.

*Розв'язання.* Момент, коли автомобілі зустрінуться, означає, що за цей час вони подолали відстань 230,6 км зі швидкістю зближення (56,9 + 58,4) км/год. Отже, час  $t = 230,6 : 115,3$ ;  $t = 2$  год.

# 25.

## Математичний диктант

- 25.1. Скільки важить один кубічний метр пінопласту, якщо один кубічний сантиметр пінопласту важить 0,2 г?
- 25.2. На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо його периметр збільшиться на 10%?
- 25.3. Обчисліть:  $2020 - 2018 + 2016 - 2014 + \dots + 4 - 2$ .
- 25.4. У компанії підлітків кожен хлопчик потиснув руку кожному іншому хлопчику з цієї компанії, а кожна дівчинка цьомкнула кожну іншу дівчинку. Усього було зроблено 45 рукостискань і 28 поцілунків. Скільки хлопців і скільки дівчат було в компанії?
- 25.5. Пройшовши половину шляху, катер збільшив швидкість на 25%, завдяки чому прийшов у кінцевий пункт на півгодини раніше строку. Скільки часу катер витратив на весь шлях?
- 25.6. Знайдіть  $x$ :  $2 : (0,1x - 1) = 4$ .

Задача	25.1	25.2	25.3	25.4	25.5	25.6
Відповідь	200 кг	21 %	1010	хлопців 10; дівчат 8	4,5 год	$x = 15$
Складність	**	**	**	*	*	*

**Задача 25.1.** Скільки важить один кубічний метр пінопласту, якщо один кубічний сантиметр пінопласту важить 0,2 г?

*Розв'язання.* В одному кубічному метрі міститься 1 000 000 кубічних сантиметрів. Отже,  $1 \text{ м}^3$  важить  $1\,000\,000 \cdot 0,2 \text{ г} = 200\,000 \text{ г} = 200 \text{ кг}$ .

**Задача 25.2.** На скільки відсотків збільшиться площа квадрата, якщо його периметр збільшиться на 10%?

*Розв'язання.* Нехай сторона квадрата, наприклад 10 одиниць. Тоді периметр квадрата буде 40. Якщо периметр збільшився на 10%, то периметр став 44, тобто сторона квадрата становить 11. Отже, початкова площа 100 кв. од., площа збільшеного квадрата 121 кв. од., тобто збільшилася на 21%.

**Задача 25.3.** Обчисліть:  $2020 - 2018 + 2016 - 2014 + \dots + 4 - 2$ .

*Зауваження.* Задача на обчислення за допомогою групування.

*Розв'язання.* Згрупувавши числа парами, можна помітити, що в кожній парі різниця чисел 2. Важливо не помилитися в кількості пар. Усього парних чисел з 2 до 2020 – 1010. Якщо їх згрупувати парами, то пар буде 505. Отже, відповідь:  $505 \cdot 2 = 1010$ .

**Задача 25.4.** У компанії підлітків кожний хлопчик потиснув руку кожному іншому хлопчику з цієї компанії, а кожна дівчинка цьомкнула кожну іншу дівчинку. Усього було зроблено 45 рукостискань і 28 поцілунків. Скільки хлопців і скільки дівчат було в компанії?

*Зауваження.* Задача на метод «рукостискання».

*Розв'язання.* Якщо було зроблено 45 рукостискань, то було 10 хлопців. Якщо було зроблено 28 поцілунків, то було 8 дівчат.

**Задача 25.5.** Пройшовши половину шляху, катер збільшив швидкість на 25%, завдяки чому прийшов у кінцевий пункт на півгодини раніше строку. Скільки часу катер витратив на весь шлях?

*Розв'язання.* Нехай початкова швидкість була 100 км/год, тоді збільшена швидкість становить 125 км/год. Позначимо фактичний



час руху –  $t$ . Тоді запланований час руху –  $(t + 0,5)$  год. Отже,  $100 \cdot (t + 0,5) = 125 \cdot t$ ;  $25 \cdot t = 50$ ;  $t = 2$ . Отже, першу половину шляху човен проплив за 2,5 год, а другу половину шляху – за 2 год. Загальний час становить 4,5 год.

**Задача 25.6.** Знайдіть  $x$ :  $2 : (0,1x - 1) = 4$ .

*Розв'язання.*

$$0,1x - 1 = 0,5;$$

$$0,1x = 1,5;$$

$$x = 15.$$

# 26.

## Математичний диктант

- 26.1. Чорне море має солоність  $\approx 1,8\%$ . Скільки солі міститься у 200 л морської води?
- 26.2. Під час сушіння ромашка втрачає 84% своєї маси. Скільки сухої ромашки можна отримати з 25 кг свіжої?
- 26.3. Працівнику підвищили зарплату спочатку на 15%, а через рік – ще на 20%. На скільки відсотків підвищилася зарплата порівняно з початковою?
- 26.4. На скільки відсотків збільшиться об'єм куба, якщо кожну сторону куба збільшити на 10%?
- 26.5. У банку на рахунку є 1000 \$. Банк нараховує 3% річних. Яка сума буде на рахунку через два роки?
- 26.6. Середземне море має солоність 2%, а питна вода містить 0,1% солі. Скільки літрів дистильованої води треба додати до 1 л морської води, щоб вода стала питною?

Задача	1	2	3	4	5	6
Відповідь	3,6 кг	4 кг	38 %	33,1 %	1060,9 \$	19 л
Складність	**	**	**	**	**	**

### Зауваження щодо проведення

Математичний диктант проводимо в режимі відеоконференції. Тема – відсотки. Писати не можна. Диктант – усний. Умову записуємо на дошці. Читаємо її два рази, а потім даємо час (1–1,5 хв) на роздуми. Після цього діти пишуть відповіді в особистий чат.

### Зауваження щодо теми математичного диктанту

Один з небагатьох диктантів, задачі якого (всі) мають відношення до однієї теми. У пропонованому диктанті – **відсотки**. Кожна задача передбачає не більше двох стандартних дій.

**Задача 26.1.** Чорне море має солоність  $\approx 1,8\%$ . Скільки солі міститься в 200 л морської води?

**Зауваження.** У задачі вважається, що концентрація солі (солоність) буде сталою для будь-якого об'єму води. Один літр дорівнює об'єму куба, кожна сторона якого дорівнює 10 см; 1 літр води має масу 1 кг (при  $4^\circ\text{C}$ ).

**Розв'язання.** Пропонована задача – одна з основних задач на відсотки:  $(200 : 100) \cdot 1,8 \approx 3,6$  кг.

**Задача 26.2.** Під час сушіння ромашка втрачає 84% своєї маси. Скільки сухої ромашки можна отримати з 25 кг свіжої?

**Розв'язання.** Якщо ромашка втрачає 84% своєї ваги, то залишається 16% ваги при сушінні. Отже,  $(25 : 100) \cdot 16 = 4$  кг.

**Задача 26.3.** Працівнику підвищили зарплату спочатку на 15%, а через рік – ще на 20%. На скільки відсотків підвищилася зарплата порівняно з початковою?

**Розв'язання.** Подібні задачі в 5-му класі можна розв'язувати, взявши як початкову зарплату будь-яке зручне число, наприклад 100 грн. Отже, після першого підвищення стане 115 грн, після другого – 138 грн. Зарплата стала більшою на 38 грн, тобто підвищилася на 38%.

**Задача 26.4.** На скільки відсотків збільшиться об'єм куба, якщо кожну сторону куба збільшити на 10%?

*Розв'язання.* Можна розв'язувати, взявши як початкове значення сторони куба будь-яке зручне число, наприклад 10 см. Тоді нове значення буде 11 см. Початковий об'єм –  $1000 \text{ см}^3$ . Новий об'єм –  $1331 \text{ см}^3$ . Об'єм збільшився на  $331 \text{ см}^3$ . Отже, це 33,1% від початкового значення.

**Задача 26.5.** У банку на рахунку є 1000 \$. Банк нараховує 3% річних. Яка сума буде на рахунку через два роки?

*Розв'язання.* Для розв'язання треба виконати два кроки. Після першого року на рахунку буде 1030 грн. Другий крок – треба знайти 3% від 1030 і додати до цього числа:  $(1030 : 100) \cdot 3 + 1030 = 1060,9$  грн.

**Задача 26.6.** Середземне море має солоність 2%, а питна вода містить 0,1% солі. Скільки літрів дистильованої води треба додати до 1 л морської води, щоб вода стала питною?

*Розв'язання.* Передусім з'ясуємо, скільки солі міститься в 1 л морської води:  $1 \text{ л} = 1000 \text{ мл}$ ;  $(1000 : 100) \cdot 2 = 20 \text{ мл}$  солі. Отже, треба знайти число, 0,1% якого складає 20 мл:  $(20 : 0,1) \cdot 100 = 20000 \text{ мл}$ , тобто 20 л. Але у відповідь треба взяти  $20 - 1 = 19 \text{ л}$ , оскільки в 20 л входить 1 л морської води.

# 27.

## Математичний диктант

- 27.1. Після олімпіади декілька учасників вирішили відпочити в кімнаті, де були стільці з трьома ніжками і з чотирма ніжками. Коли всі учасники сіли на стільці, то всього ніг (дерев'яних і людських) стало 39. Вільних стільців не залишилося. Скільки учасників сіли на стільці?
- 27.2. Середній вік футболістів однієї команди на полі становить 19 років. Один з них під час гри отримав травму і вибув. Середній вік тих футболістів, що залишилися в команді на полі, став 18 років. Який вік футболіста, що пішов з поля?
- 27.3. Настя зазвичай їде до школи на автобусі, а повертається додому пішки. Вона витрачає на це  $\frac{3}{4}$  години. Якщо вона буде їздити на автобусі в обидва боки, то буде витрачати 18 хвилин. Скільки часу Настя витратиме на дорогу в обидва боки, якщо буде ходити тільки пішки?
- 27.4. У магазин завезли фрукти: яблука, груші й апельсини. Яблука складають 40% від усіх фруктів, груші – 34%, а апельсинів завезли 78 кг. Скільки кілограмів усіх фруктів завезли в магазин?
- 27.5. Гриби у свіжому стані містять 90% води, а в сушеному стані містять 12% води. Скільки сушених грибів можна отримати з 27,5 кг свіжих?
- 27.6. Розв'яжіть рівняння:  $64 : (2,4x + 19,04) = 3,2$ .

Задача	27.1	27.2	27.3	27.4	27.5	27.6
Відповідь	7	29	72 хв або 1 год 12 хв	300 кг	3,125 кг	$x = 0,4$
Складність	**	**	**	**	**	**

**Задача 27.1.** Після олімпіади декілька учасників вирішили відпочити в кімнаті, де були стільці з трьома ніжками і з чотирма ніжками. Коли всі учасники сіли на стільці, то всього ніг (дерев'яних і людських) стало 39. Вільних стільців не залишилося. Скільки учасників сіли на стільці?

*Зауваження.* Задачу можна розв'язувати методом підбору варіантів, які задовольнятимуть умову.

*Розв'язання.* Зрозуміло, що стільців з чотирма ніжками не може бути більше за 6. Далі усно можна перевірити, що стільців з чотирма ніжками може бути тільки 4. Дійсно, різниця числа 39 та кількості ніжок стільців з чотирма ніжками має закінчуватися п'ятіркою. А це можливо, якщо стільців з чотирма ніжками 4 ( $4 \cdot 6 = 24$ ,  $39 - 24 = 15$ ,  $15 : 5 = 3$ ). Отже, всього учасників було  $3 + 4 = 7$ .

**Задача 27.2.** Середній вік футболістів однієї команди на полі становить 19 років. Один з них під час гри отримав травму і вибув. Середній вік тих футболістів, що залишилися в команді на полі, став 18 років. Який вік футболіста, що пішов з поля?

*Розв'язання.* Треба зазначити, що стандартна кількість футболістів на полі – 11. Тоді загальний вік усіх 11-ти футболістів:  $19 \cdot 11 = 209$ . Загальний вік 10 футболістів, що залишилися – 180. Різниця  $209 - 180 = 29$  – це і є вік футболіста, що пішов з поля.

**Задача 27.3.** Настя зазвичай їде до школи з дома на автобусі, а повертається пішки. Вона витрачає на це  $\frac{3}{4}$  години. Якщо вона буде їздити на автобусі в обидва боки, то витратить 18 хвилин. Скільки часу Настя витратить на дорогу в обидва боки, якщо буде ходити тільки пішки?

*Розв'язання.* Якщо Настя двічі проїде до школи автобусом і повернеться додому пішки, то витратить на це 90 хвилин. Якщо від 90 хвилин відняти 18, то отримаємо 72 хвилини. Це час, який вона витрачає, щоб двічі повернутися зі школи додому, а отже, це і є час, який вона витратить, щоб піти до школи і повернутися додому пішки.

**Задача 27.4.** У магазин завезли фрукти: яблука, груші й апельсини. Яблука складають 40% від усіх фруктів, груші – 34%, а апельсинів завезли 78 кг. Скільки кілограмів усіх фруктів завезли в магазин?

*Розв'язання.* Відразу зрозуміло, що апельсинів завезли 26% ( $100 - (40 + 36)$ ) від усіх фруктів. Далі – одна з основних задач на відсотки:  $(78 : 26) \cdot 100 = 300$  кг.

**Задача 27.5.** Деякі гриби у свіжому стані містять 90% води, а в сушеному стані містять 12% води. Скільки сушених грибів можна отримати з 27,5 кг свіжих?

*Розв'язання.* Якщо гриби у свіжому стані містять 90% води, то 10% – це суха невипарувана речовина. У 27,5 кг свіжих грибів міститься 2,75 кг сухої речовини. Отже, в сушеному стані ці 2,75 кг складають 88%. Далі – одна з основних задач на відсотки:  $(2,75 : 88) \cdot 100 = 3,125$  кг.

**Задача 27.6.** Розв'яжіть рівняння:  $64 : (2,4x + 19,04) = 3,2$ .

*Зауваження.* Задача на правильний порядок дій.

*Розв'язання.* Отже, порядок дій:

- 1)  $2,4x + 19,04 = 64 : 3,2$ ;
- 2)  $2,4x = 20 - 19,04$ ;
- 3)  $x = 0,96 : 2,4$ ;  $x = 0,4$ .

# 28.

## Математичний диктант

- 28.1. Знайдіть суму перших шести простих чисел.
- 28.2. Знайдіть суму всіх дільників числа 6.
- 28.3. Знайдіть найменше натуральне число, яке ділиться одночасно на 12 і на 18 (знайдіть НСК чисел 12, 18).
- 28.4. На скільки відсотків друге просте число більше за перше просте число?
- 28.5. Яку максимальну кількість точок перетину можуть дати два «рівних» чотирикутники? (Варіант: скільки точок перетину можуть мати сторони двох «рівних» чотирикутників? Слово «рівних» можна прибрати).
- 28.6. Машиніст потяга, що рухався зі швидкістю 36 км/год, помітив, що зустрічний потяг, завдовжки 180 м, пройшов повз нього за 8 секунд. З якою швидкістю рухався цей потяг?



Задача	28.1	28.2	28.3	28.4	28.5	28.6
Відповідь	41	12	36	На 50 %	16	45 км/год
Складність	**	**	**	*	***	**

**Зауваження.** Цей математичний диктант містить матеріал, який вивчається на початку 6-го класу: дільники, кратні числа, прості числа, найбільший спільний дільник, найменше спільне кратне.

**Задача 28.1.** Знайдіть суму перших шести простих чисел.

*Розв'язання.*  $2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 = 41$ .

**Задача 28.2.** Знайдіть суму всіх дільників числа 6.

*Зауваження.* Діти мають знати, що до дільників числа входить і саме число. *Власними дільниками* називають дільники менші за число.

*Розв'язання.*  $1 + 2 + 3 + 6 = 12$ .

**Задача 28.3.** Знайдіть найменше натуральне число, яке ділиться одночасно на 12 і на 18 (знайдіть НСК чисел 12, 18).

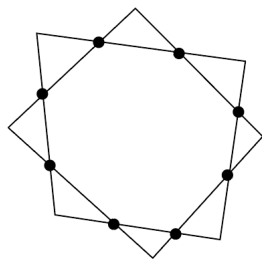
*Розв'язання.*  $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ ;  $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ ; НСК (12, 18) =  $2^2 \cdot 3^2 = 36$ .

**Задача 28.4.** На скільки відсотків друге просте число більше за перше просте число?

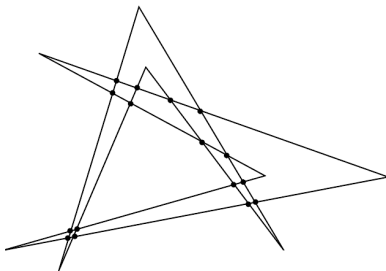
*Розв'язання.* Перше просте число 2, друге просте число 3.

Отже,  $3 - 2 = 1$ . 1 складає 50% від 2.

**Задача 28.5.** Яку максимальну кількість точок перетину можуть дати два «рівних» чотирикутники? (Варіант: скільки точок перетину можуть мати сторони двох «рівних» чотирикутників? Слово «рівних» можна прибрати).



1 бал



2 бали

**Розв'язання.** Правильна відповідь  $16 = 4 \cdot 4$ , її можна отримати, якщо згадати, що чотирикутники можуть бути неопуклими. Варіант відповіді:  $8 = 4 \cdot 2$  може бути оцінено в 1 бал.

**Задача 28.6.** Машиніст потяга, що рухався зі швидкістю 36 км/год, помітив, що зустрічний потяг, завдовжки 180 м, пройшов повз нього за 8 секунд. З якою швидкістю рухався цей потяг?

**Розв'язання.** Можна перевести 36 км/год у 10 м/с (помножити на 100 і поділити на 3600). Якщо швидкість зустрічного потяга  $x$  м/с, то отримаємо:

$$(x + 10) \cdot 8 = 180;$$

$$x + 10 = 22,5;$$

$$x = 12,5 \text{ м/с.}$$

Далі треба перевести в км/год:  $(12,5 \cdot 3600) : 1000 = 45 \text{ км/год.}$

# 29.

## Математичний диктант

- 29.1. Знайдіть кількість дільників квадрата числа 6.
- 29.2. Знайдіть суму всіх дільників квадрата числа 6.
- 29.3. Знайдіть суму цифр десятого простого числа.
- 29.4. Знайдіть суму всіх різних простих дільників числа 315.
- 29.5. Скільки простих дільників має число 123123?
- 29.6. Яку цифру можна поставити замість \* у числі  $14^*$ , щоб число стало простим?

Задача	29.1	29.2	29.3	29.4	29.5	29.6
Відповідь	9	91	11	15	5	9
Складність	**	***	**	**	***	**

## Тема «Прості числа, дільники»

**Задача 29.1.** Знайдіть кількість дільників квадрата числа 6.

*Розв'язання.* Дільники числа 36 можна просто виписати за порядком: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36. Можна записувати парами: (1; 36), (2; 18), (3; 12), (4; 9), (6; 6), отже, остання пара має враховувати тільки число 6.

**Задача 29.2.** Знайдіть суму всіх дільників квадрата числа 6.

*Розв'язання.* Сума дільників:  $(1 + 9) + (12 + 18) + (4 + 36) + 2 + 3 + 6 = 91$ .

**Задача 29.3.** Знайдіть суму цифр десятого простого числа.

*Розв'язання.* Треба записати всі десять перших простих чисел, щоб не помилитися: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. Отже, сума цифр:  $2 + 9 = 11$ .

**Задача 29.4.** Знайдіть суму всіх різних простих дільників числа 315.

315	3
105	3
35	5
7	7
	1

*Розв'язання.* **Слід** записати число 315 у вигляді добутку простих множників (розкласти на прості множники):  $315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7$ . Отже, сума різних простих дільників:  $3 + 5 + 7 = 15$ .

**Задача 29.5.** Скільки простих дільників має число 123123?

*Зауваження.* Діти вже мають знати властивість шестизначного числа виду  $\overline{abcabc}$ . Воно розкладається на множники  $\overline{abc} \cdot 1001$ . Також є властивість числа 1001 – це добуток послідовних простих чисел: 7, 11, 13.

*Розв'язання.* Треба представити число 123 у вигляді добутку простих чисел:  $123 = 3 \cdot 41$ . Отже, число 123123 має п'ять простих дільників.

**Задача 29.6.** Яку цифру можна поставити замість \* у числі  $14^*$ , щоб число стало простим?

*Розв'язання.* Спочатку треба зрозуміти, які цифри не можна ставити. Це цифри: 0, 2, 4, 5, 6, 8; залишаються: 1, 3, 7, 9. Перевіряємо так: 141 ділиться на 3; 147 ділиться на 7. Далі, 143 ділиться на 11. Залишається 149. Це число не ділиться ні на 3, ні на 7, ні на 11. Далі перевіряти вже немає потреби, оскільки квадрат числа 13 перевищує 149.

# 30.

## Математичний диктант

- 30.1. Пароплав вирушив у рейс. Коли він відійшов від берега на відстань 180 км, за ним вилетів літак. Швидкість літака в 10 разів більша за швидкість пароплава. На якій відстані від берега літак наздожене пароплав?
- 30.2. Роман відняв від чисельника та знаменника дробу  $\frac{37}{76}$  деяке число, а Аліна скоротила дріб, що отримав Роман, на деяке інше число й отримала  $\frac{2}{5}$ . Яке число відняв Роман?
- 30.3. По колу записано числа від 1 до 10. Саша з'єднає відрізком кожні два числа, що мають спільний дільник більший за одиницю. Скільки відрізків проведе Саша?
- 30.4. Знайдіть добуток тих простих чисел, різниця яких дорівнює 17.
- 30.5. Білий лелека пролетів 48 км зі швидкістю 40 км/год. Скільки змахів крилами зробив лелека, якщо щосекунди він робить два змахи?
- 30.6. Якщо до деякого двоцифрового числа праворуч дописати нуль, то число збільшиться на 432. Знайдіть це число.

Задача	30.1	30.2	30.3	30.4	30.5	30.6
Відповідь	200	11	14	38	8640	48
Складність	**	**	**	*	**	**

**Задача 30.1.** Пароплав вирушив у рейс. Коли він відійшов від берега на відстань 180 км, за ним вилетів літак. Швидкість літака в 10 разів більша за швидкість пароплава. На якій відстані від берега літак наздожене пароплав?

*Розв'язання.* На математичних диктантах немає потреби розв'язувати задачу в загальному вигляді. Можна взяти швидкість пароплава за будь-яке зручне число, наприклад 20 км/год. Тоді швидкість літака – 200 км/год. А швидкість зближення – 180 км/год. Тобто літак наздожене пароплав через 1 год, бо за цей час літак подолає відстань 200 км.

**Задача 30.2.** Роман відняв від чисельника та знаменника дроби  $\frac{37}{76}$  деяке число, а Аліна скоротила дріб, що отримав Роман, на деяке інше число й отримала  $\frac{2}{5}$ . Яке число відняв Роман?

*Розв'язання.* Зрозуміло, що віднімати від чисельника та знаменника можна тільки числа, які при діленні на 5 дають остачу 1 і при цьому мають бути непарними: 1, 11, 21 ... . Перевіримо їх за порядком:

$$\frac{37-1}{76-1} = \frac{36}{75} \neq \frac{2}{5}; \quad \frac{37-11}{76-11} = \frac{26}{65} \neq \frac{2}{5}.$$

**Задача 30.3.** По колу записано число від 1 до 10. Саша з'єднає відрізком кожні два числа, що мають спільний дільник більший за одиницю. Скільки відрізків проведе Саша?

*Розв'язання.* Спочатку треба зрозуміти, скільки відрізків виходить з числа 2, а воно з'єднується з усіма парними числами, тобто всього 4 відрізки. Далі слід записати пари: (2, 4); (2, 6); (2, 8); (2, 10); (3, 6); (3, 9); (4, 6); (4, 8); (4, 10); (5, 10); (6, 8); (6, 9); (6, 10); (8, 10). Отже, 14 пар – 14 відрізків.

**Задача 30.4.** Знайдіть добуток тих простих чисел, різниця яких дорівнює 17.

*Розв'язання.* Оскільки серед простих чисел є тільки одне парне число, а різниця шуканих простих чисел 17 – непарне число, то серед

цих простих чисел точно є двійка. Отже, друге просте число:  $17 + 2 = 19$ ;  $2 \cdot 19 = 38$ .

**Задача 30.5.** Білий лелека пролетів 48 км зі швидкістю 40 км/год. Скільки змахів крилами зробив лелека, якщо щосекунди він робить два змахи?

*Розв'язання.* Спочатку визначимо час, за який лелека пролетів всю відстань:  $48 : 40 = 1,2$  год. Переведемо цей час у секунди:  $1,2 \cdot 3600 = 4320$  с. Отже, кількість змахів:  $4320 \cdot 2 = 8640$ .

**Задача 30.6.** Якщо до деякого двоцифрового числа праворуч дописати нуль, то число збільшиться на 432. Знайдіть це число.

*Розв'язання.* Нехай початкове число має вигляд  $\overline{ab}$ . Якщо додати праворуч 0, то це означає  $\overline{ab} \cdot 10$ . Можна скласти рівняння:

$$\overline{ab} \cdot 10 - \overline{ab} = 432;$$

$$9 \cdot \overline{ab} = 432;$$

$$\overline{ab} = 48.$$



# 31.

## Математичний диктант

- 31.1. Обчисліть:  $0,7 \cdot 6,4 \cdot 12,5$ .
- 31.2. Знайдіть найменшу суму чисельника та знаменника звичайного дробу, що більший за  $\frac{7}{9}$ , але менший за  $\frac{8}{9}$ .
- 31.3. Маємо дві цеглини однакової форми з одного матеріалу. Одна цеглина важить 5 кг, а всі розміри другої цеглини у 5 разів менші. Скільки важить друга цеглина?
- 31.4. У скільки разів НСК двох чисел більше за НСД цих чисел, якщо частка від ділення більшого числа на менше дорівнює 4 (ділення виконується націло)?
- 31.5. Перший доданок суми двох чисел складає 0,6 від суми. Яку частину першого доданка складає другий доданок?
- 31.6. Кількість розумних людей на 40% більша за кількість красивих. 25% розумних мають привабливу зовнішність. Який відсоток розумних серед красивих?

Задача	31.1	31.2	31.3	31.4	31.5	31.6
Відповідь	56	9 ( $4/5$ )	40 г або 0,04 кг або $1/25$ кг	у 4 рази	$2/3$	35%
Складність	**	**	**	**	*	*

**Задача 31.1.** Обчисліть:  $0,7 \cdot 6,4 \cdot 12,5$ .

*Розв'язання.* Можна переписати цей добуток так:

$$(0,7 \cdot 0,8) \cdot (8 \cdot 12,5) = 0,56 \cdot 100 = 56.$$

**Задача 31.2.** Знайдіть найменшу суму чисельника та знаменника звичайного дробу, що більший за  $\frac{7}{9}$ , але менший за  $\frac{8}{9}$ .

*Розв'язання.* Будемо шукати дріб з найменшою сумою чисельника та знаменника, перебираючи знаменники шуканого дробу, починаючи з 2. Оскільки дроби  $\frac{8}{9}$  та  $\frac{7}{9}$  правильні, то єдиний дріб із зна-

менником 2 це  $\frac{1}{2}$ , але очевидно, що він не підходить,  $\frac{1}{2} < \frac{7}{9}$ . Далі

перевіримо дріб  $\frac{2}{3}$ . Зведемо до знаменника 9 і бачимо, що  $\frac{6}{9} < \frac{7}{9}$ ,

далі дріб  $\frac{3}{4}$ . Зведемо всі дроби  $\frac{7}{9}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{8}{9}$  до спільного знаменника

$\frac{28}{36}$ ,  $\frac{27}{36}$ ,  $\frac{32}{36}$ . Як бачимо,  $\frac{3}{4}$  теж не підходить. Наступний дріб  $\frac{4}{5}$ , а

тут вже все підходить:  $\frac{7}{9} = \frac{35}{45}$ ,  $\frac{4}{5} = \frac{36}{45}$ ,  $\frac{8}{9} = \frac{40}{45}$ . Отже, шуканий дріб

$\frac{4}{5}$ , а відповідь – 9.

**Задача 31.3.** Маємо дві цеглини однакової форми з одного матеріалу. Одна цеглина важить 5 кг, а всі розміри другої цеглини у 5 разів менші. Скільки важить друга цеглина?

*Розв'язання.* Якщо всі розміри меншої цеглини в 5 разів менші, то об'єм цієї цеглини в 125 разів менший за об'єм більшої цеглини. Отже, вага теж буде в 125 разів менша:  $5 \text{ кг} = 5000 \text{ г}$ , тобто  $5000 : 125 = 40 \text{ г}$ . Відповідь: 40 г (0,04 кг або  $1/25$  кг).

**Задача 31.4.** У скільки разів НСК двох чисел більше за НСД цих чисел, якщо частка від ділення більшого числа на менше дорівнює 4 (ділення виконується націло)?

*Розв'язання.* Якщо більше число в 4 рази більше за менше число, то НСК цих чисел буде більшим числом, а НСД цих чисел буде меншим числом. Отже, НСК більше за НСД у 4 рази.

**Задача 31.5.** Перший доданок суми двох чисел складає 0,6 від суми. Яку частину першого доданка складає другий доданок?

*Розв'язання.* Нехай більший доданок –  $a$ , а менший –  $b$ . Тоді згідно з умовою  $a = 0,6(a + b)$ , тоді  $0,4a = 0,6b$ , а  $\frac{2}{3}a = b$ . Отже, менший доданок складає  $\frac{2}{3}$  від більшого.

**Задача 31.6.** Кількість розумних людей на 40% більша за кількість красивих. 25% розумних мають привабливу зовнішність. Який відсоток розумних серед красивих?

*Розв'язання.* Нехай красивих людей –  $x$ . Тоді розумних –  $1,4x$ . Якщо 25% розумних людей мають привабливу зовнішність, то далі виконуємо дію:  $1,4x \cdot 0,25 = 0,35x$ . Отже, 35% красивих будуть розумними (згідно з умовою задачі).

## Список літератури

1. *Математика. 5 клас* : підруч. для закл. заг. серед. освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Вид. 2-ге, переробл. Харків : Гімназія, 2018. 271 с.
2. Зубелевич Г. И. *Заняття математического кружка в 4 классе*. Москва : Просвещение, 1980. 79 с.
3. Ганчев И., Чимев К., Стоянов Й. *Математический фольклор*. Москва : Знание, 1987. 208 с.
4. Лихтарников Л. М. *Числовые ребусы и способы их решения*. Санкт-Петербург : Лань, МИК, 1996. 125 с.
5. Олімпіади «Кенгуру» різних років.
6. Журнали «Квант» для молодших школярів різних років.

Навчальне видання

БЄДОВ Олександр Володимирович,  
вчитель кафедри математики ліцею «Наукова зміна»

## МАТЕМАТИЧНІ ДИКТАНТИ

Практикум

Коректура *К. І. Шестакова*  
Підготовка ілюстрацій *С. Л. Веденський*  
Комп'ютерна верстка *О. А. Жупанська*

Формат 60×84/16. Папір офсетний 80 г/м<sup>2</sup>.  
Друк цифровий. Ум. друк. арк. 5.81.  
Наклад 300 прим.

Видавництво: Національний центр «Мала академія наук України»,  
Кловський узвіз, буд. 8, м. Київ, 01021

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК № 6999 від 04.12.2019

